

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2012

Bc. Petr Král

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra kybernetiky a biomedicínského inženýrství

Regulace Inverzního kyvadla

Inverted Pendulum Regulation

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Petr Král

Studijní program:

N2649 Elektrotechnika

Studijní obor:

2601T004 Měřicí a řídicí technika

Téma:

Regulace inverzního kyvadla
Inverted Pendulum Regulation

Zásady pro vypracování:

Diplomová práce se zabývá konstrukcí přímého inverzního kyvadla a jeho následnou regulací pomocí standardních a moderních metod teorie řízení. V souhrnu je práce charakterizována těmito body:

1. Teoretický úvod do problematiky řízení inverzního kyvadla.
2. Návrh, model a realizace úlohy s inverzním kyvadlem.
3. Porovnání klasického přístupu a některé z moderních metod řízení.
4. Vytvoření vizualizace nad úlohou.
5. Zhodnocení dosažených výsledků.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] GREPL, R. *Modelování mechatronických systémů v Matlab/SimMechanics*. Praha: BEN-technická literatura, 2007. 152 s. ISBN 978-80-7300-226-8.
- [2] *Control Engineering, including: Fuzzy Control System, Pid Controller, Inverted Pendulum, Distributed Control System, Control System, Life-critical ... (automatic Control), Sampled Data Systems*. Hephaestus Books, 2011. 170 s. ISBN 978-1243352958.
- [3] BUBNICKI, Z. *Modern Control Theory*. Springer, 2010. 423 s. ISBN 978-3642063015.
- [4] Firemní dokumentace Humusoft s.r.o.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Štěpán Ožana, Ph.D.**

Datum zadání: 18.11.2011

Datum odevzdání: 04.05.2012



doc. Ing. Jiří Koziorek, Ph.D.
vedoucí katedry

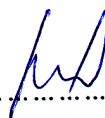


prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně.

Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.



.....
Petr Král

Datum odevzdání diplomové práce: 4.5.2012

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu diplomové práce Ing. Štěpánu Ožanovi, Ph.D. za konzultace, ochotu a mnoho cenných rad, bez kterých by tato práce nebyla úspěšně dokončena. Dále bych rád poděkoval Ing. Zdeňku Slaninovi, Ph.D. a Ing. Martinu Piešovi, Ph.D. za jejich pomoc v průběhu celé práce a také Lubomíru Klezlovi za výrobu mechanických dílů modelu. Na závěr bych chtěl poděkovat mé rodině a přátelům za jejich podporu během studia.

Abstrakt

Tato práce se zabývá návrhem a realizací regulátoru pro fyzikální model lineárního inverzního kyvadla. Součástí práce je konstrukce fyzikálního modelu kyvadla, u kterého je cílem udržet tyč umístěnou na vozíku ve vertikální poloze. Pro vytvořený fyzikální model kyvadla je provedeno odvození jeho dynamiky na základě Lagrangeových rovnic a také simulace uzavřené regulační smyčky. Tato analýza je pak použita pro řízení reálného fyzikálního modelu kyvadla realizovaného s využitím MATLAB&Simulink+RT Toolbox s měřicí kartou MF624 a dále pro programovatelný automat WinPAC-8000+ řídicí systém REX .

Abstract

The diploma thesis deals with the design and implementation of the controller for physical model of linear inverted pendulum. The part of the work includes construction of the model with the aim of keeping the pendulum rod in vertical position. The thesis also contains derivation of its dynamic based on Lagrange equations and simulation of closed-loop step response. This analysis is then used to control the real physical model of inverted pendulum based on MATLAB&Simulink+RT Toolbox with measuring card MF624 and for programmable automation controller WinPAC-8000+REX Control system.

Klíčová slova

Inverzní kyvadlo, LQR regulátor, Kalmanův filtr, Matlab/Simulink, WinPAC, REX

Keywords

Inverted pendulum, LQR regulator, Kalman filter, Matlab/Simulink, WinPAC, REX

Seznam použitých symbolů a zkratek

IK	Inverzní kyvadlo
LQR	Linear-quadratic regulator - Lineárně kvadratický regulátor
PWM	Pulse Width Modulation – pulsně šířková modulace
PCI	Peripheral Component Interconnect – PCI sběrnice
A/D	Analog-to-digital converter – Analogově digitální převodník
D/A	Digital-to-analog converter – Digitálně analogový převodník
$w(t)$	Žádaná veličina
$e(t)$	Regulační odchylka
$u(t)$	Akční veličina
$y(t)$	Výstupní (skutečná) hodnota
$v(t)$	Poruchový signál
A	Matice vnitřních vazeb systému (matice zpětných vazeb)
B	Matice vazeb systému na vstup (vstupní matice)
C	Matice vazeb systému na stav (výstupní matice)
D	Matice přímých vazeb výstupu na vstup
L	Matice zesílení Kalmanova filtru
K	Matice zpětných vazeb LQR
Q	Matice váhy stavů
R	Matice váhy vstupů
VRML	Virtual Reality Modeling Language
DPS	Deska plošných spojů
PAC	Programmable Automation Controller – programovatelný automat

Obsah

1	Úvod	1
2	Model inverzního kyvadla	2
2.1	Matematický popis	2
2.1.1	Langrangeovy rovnice druhého druhu	2
2.1.2	Fyzikální analýza modelu	3
2.1.3	Linearizace soustavy	4
2.1.4	Stavový popis lineárního modelu	5
2.2	Analýza modelu	6
3	Popis fyzikálního modelu kyvadla	10
3.1	Konstrukce modelu	10
3.2	Návrh řízení modelu	11
3.3	Motor	12
3.4	Měřicí karta MF624	13
3.5	Snímače	14
3.6	Regulátor proudu	16
3.6.1	LM3524	17
3.6.2	LMD18200	18
3.6.2.1	Ochranné obvody	19
3.6.2.2	Snímání proudu	19
3.6.3	Zdroj napětí	20
4	Návrh a simulace řízení IK v programu Matlab&Simulink	21
4.1	Návrh lineárně kvadratického regulátoru LQR	21
4.2	Návrh pozorovatele - Kalmanův filtr	26
5	Realizace řízení IK prostřednictvím Matlab&Simulink + Real-time Toolbox	29
5.1	Popis schématu řízení	29
5.2	Vizualizace v prostředí Matlab&Simulink + Virtual Reality Toolbox	32
6	Realizace řízení IK prostřednictvím programovatelného automatu typu PAC	35
6.1	Programovatelný automat WinPAC-8000	35
6.2	Řídicí systém REX	35
6.2.1	Nástroj RexDraw	36
6.2.2	Nástroj RexView	36
6.2.3	Nástroj RexComp	37
6.2.4	Nástroj RexCore	37
6.3	Řízení modelu IK s využitím bloku DER pro výpočet derivací měřených stavů	38
6.4	Řízení modelu IK s pozorovatelem – Kalmanův filtr	40
6.5	Vizualizace v prostředí RexView/RexTrend	42
7	Závěr	44
	Použitá literatura	46
	Seznam příloh	47

Seznam obrázků

Obr. 1 – Schéma inverzního kyvadla	3
Obr. 2 – Impulsní charakteristika	7
Obr. 3 – Přechodová charakteristika	8
Obr. 4 – Rozložení nul a pólů	8
Obr. 5 – Bodeho charakteristika	9
Obr. 6 – Navržený model inverzního kyvadla	10
Obr. 7 – Dokončený model kyvadla	11
Obr. 8 – Blokové schéma modelu IK	12
Obr. 9 – Řez motorem Maxon A-max	13
Obr. 10 – Měřicí karta MF624	13
Obr. 11 – Konektor pro připojení ext. signálů	13
Obr. 12 – Princip optoelektrického snímače	14
Obr. 13 – Snímač HEDM 55xx	15
Obr. 14 – Zapojení snímače	15
Obr. 15 – Blokové schéma řízení momentu stejnosměrného motoru	16
Obr. 16 – DPS regulátoru	16
Obr. 17 – Vzhled regulátoru	16
Obr. 18 – Blokové schéma obvodu LM3524	18
Obr. 19 – Blokové schéma obvodu LMD18200	18
Obr. 20 – H-můstek	19
Obr. 21 – Princip snímání proudu	20
Obr. 22 – Blokové schéma LQR	23
Obr. 23 – LQR řízení kyvadla v Simulinku	24
Obr. 24 – Odezva na jedn.skok v čase 1s	25
Obr. 25 – Odezva akčního zásahu	25
Obr. 26 – Odezva na jedn.skok v čase 1s	26
Obr. 27 – Odezva akčního zásahu	26
Obr. 28 – Blokové schéma zapojení Kalmanova filtru	27
Obr. 29 – IK s pozorovatelem v Simulinku	28
Obr. 30 – Odezva na jedn.skok v čase 1s	28
Obr. 31 – Odezva akčního zásahu	28
Obr. 32 – Schéma řízení IK v Simulinku	31
Obr. 33 – Parametry bloku VR Sink	32
Obr. 34 – Vytvořený model IK v programu V-Realm Builder	33
Obr. 35 – Subsystém vizualizace v Simulinku	33
Obr. 36 – Interaktivní prohlížeč virtuálního světa	34
Obr. 37 – Programovatelný automat WinPAC 8000	35
Obr. 38 – Blokové schéma řídicího systému REX	36
Obr. 39 – Typické použití řídicího systému REX	37
Obr. 40 – Schéma řízení IK s využitím derivací měřených signálů	38
Obr. 41 – Průběhy měřených stavů	39
Obr. 42 – Průběhy měřených stavů s poruchami	39

Obr. 43 – Schéma řízení IK s odhadcem stavů	40
Obr. 44 – Průběhy měřených stavů	41
Obr. 45 – Průběhy měřených stavů s poruchami.....	41
Obr. 46 – Průběhy měřené a odhadnuté dráhy vozíku	42
Obr. 47 – Trendy v programu RexTrend.....	43

Seznam tabulek

Tab. 1 – Parametry modelu kyvadla.....	7
Tab. 2 – Základní parametry modelu kyvadla.....	10
Tab. 3 – Základní parametry motoru A-Max 32	13
Tab. 4 – Zapojení motor/regulátor	13
Tab. 5 – Propojení mezi regulátorem a kartou MF624	14
Tab. 6 – Základní parametry snímače HEDM 5500J12.....	15
Tab. 7 – Propojení inkrementálních snímačů IK s kartou MF624	15
Tab. 8 – Zapojení svorkovnic regulátoru	17
Tab. 9 – Pravdivostní tabulka.....	19
Tab. 10 – Zapojení vývodů zdroje	20

1 Úvod

Inverzní kyvadlo je klasickým problémem v teorii řízení. Bývá často používáno pro ilustraci různých typů řízení. Jedná se o systém, který je nestabilní a nelineární. Princip inverzního kyvadla se používá například u různých robotů, navádění řízených raket nebo také u známého vozítka Segway a mnoha jiných zařízení.

Princip inverzního kyvadla lze demonstrovat na tyči připevněnou přes pohyblivý kloub na vozíku, který se pohybuje pouze dvěma směry, doleva a doprava. Cílem je pomocí pohybu vozíku udržovat tyč ve vzpřímené poloze. Udržet tyč ve vztyčené poloze je bez působení vnější síly nemožné. Pokud přemístíme tyč z její spodní stabilní polohy do horní nestabilní, začne bez působení vnější síly okamžitě padat.

Úkolem tedy je vytvořit řízení, které by působením síly na vozík udržovalo tyč ve vzpřímené poloze. Také je nutné, aby bylo kyvadlo odolné proti působení vnější síly (rušení) na kyvadlo. Řídicí systém musí dostatečně rychle a přesně reagovat a přes akční mechanismus působit na vozík silou tak, aby byla tyč vždy ve vzpřímené poloze.

Existuje více verzí a provedení systémů inverzního kyvadla. Je např. možné balancovat dvojitou tyč a místo lineárního pohybu použít pohyb rotační.

V úvodní části je provedena identifikace modelu prostřednictvím matematického popisu a analýza takto popsaného modelu. V další části se zabývám popisem navržené konstrukce modelu inverzního kyvadla, jeho mechanickými vlastnostmi, popisem jednotlivých částí modelu a návrhem HW elektroniky řízení. Následující část je věnována návrhu řídicího algoritmu v prostředí Matlab/Simulink, jeho simulace a realizace takto navrženého řízení na skutečném modelu. Součástí navrženého řízení je také vizualizace modelu v programu V-Real Builder. V závěrečné části je řídicí algoritmus implementován na platformu programovatelného automatu WinPAC + REX.

2 Model inverzního kyvadla

2.1 Matematický popis

Aby bylo možné analyzovat dynamické vlastnosti navrženého modelu inverzního kyvadla, je nejprve nutné sestavit matematický model, soustavu identifikovat. Matematický popis je získán metodou Langrangeových rovnic druhého druhu a je vytvořen na základě [1]. Z odvozených pohybových rovnic je sestaven vnitřní stavový popis modelu a následně navrženo vhodné řízení modelu. Na základě těchto zjištění bylo možné realizovat řízení fyzikálního modelu.

2.1.1 Langrangeovy rovnice druhého druhu

Langrangeovy rovnice druhého druhu představují nejrozšířenější metodu analytické mechaniky pro sestavování pohybových rovnic složitějších mechanických systémů, které lze uvažovat jako soustavu hmotných obecně mezi sebou vázaných a konajících obecný prostorový pohyb. Postup sestavení matematického modelu pomocí Langrangeových rovnic nachází uplatnění při modelování robotů, manipulátorů, zařízení s více stupni volnosti. [2]

Odvození Langrangeových rovnic druhého druhu vychází z principu virtuálních prací, podle kterého je soustava v rovnováze, je-li virtuální práce všech působících sil v soustavě nulová.

$$\delta w = \sum_{i=1}^n Q_i \delta q_i = 0 \quad (2.1)$$

kde Q_i je zobecněná síla působící ve směru i -té souřadnice, q_i - i -tá zobecněná souřadnice.

Síly působící v soustavě můžeme rozdělit na síly konzervativní a nekonzervativní. Konzervativní síly zachovávají energetickou bilanci soustavy, součet kinetické a potenciální energie se účinkem konzervativních sil nezmění. Konzervativní síly jsou představovány silami, pro které existuje stacionární potencionální pole – gravitační síly, síly pružiny. Jejich velikost lze popsat pouze pomocí funkce polohových souřadnic, pomocí potenciální energie. Nekonzervativní síly jsou síly, jejichž působením se mění energetická bilance soustavy. Tyto síly jsou představovány tlumícími silami závislými na rychlosti, pracovními silami obecně časově proměnnými. [2]

Základní tvar Langrangeovy rovnice je

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2)$$

kde Langrangeova funkce L , označovaná také jako kinetický potenciál, je definována jako rozdíl kinetické a potenciální energie soustavy

$$L = W_K - W_P \quad (2.3)$$

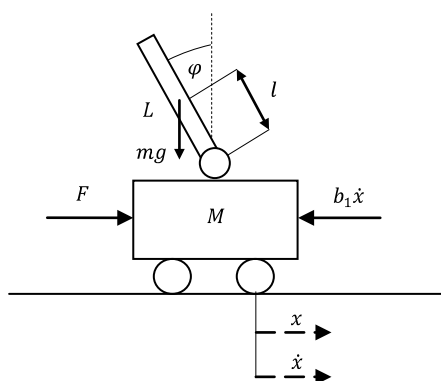
i je index stupně volnosti.

Při aplikaci Langrangeových rovnic II. druhu je vhodné postupovat v následujících krocích:

1. Definujeme nezávislé zobecněné souřadnice q_1, q_2, \dots, q_n .
2. Určíme kinetickou energii W_K jako funkci rychlostí zobecněných souřadnic $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ a zobecněných souřadnic q_1, q_2, \dots, q_n .
3. Stanovíme potenciální energii W_P jako funkci zobecněných souřadnic q_1, q_2, \dots, q_n . Tato funkce bude charakterizovat vliv všech konzervativních sil.
4. Stanovíme Langrangeovu funkci
5. Určíme zobecněné síly $Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_n(t)$, které charakterizují vliv všech nekonzervativních sil
6. Provedeme matematické úkony podle Langrangeových rovnic a sestavíme pohybové rovnice pro jednotlivé souřadnice. [2]

2.1.2 Fyzikální analýza modelu

Schéma fyzikálního modelu inverzního kyvadla a jeho základní parametry jsou zobrazeny na obrázku č.1.



m ... hmotnost kyvadla
 J ... moment setrvačnosti kyvadla vůči ose otáčení
 L ... délka tyče
 M ... hmotnost vozíku
 F ... síla
 φ ... úhel kyvadla
 x ... poloha vozíku
 l ... vzdálenost k těžišti tyče
 b_1 ... tření vozíku
 b_2 ... tření tyče

Obr. 1 – Schéma inverzního kyvadla

Celková kinetická energie

$$K = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + m l \dot{x} \dot{\varphi} \cos \varphi \quad (2.4)$$

kde J vyjadřuje moment setrvačnosti kyvadla vůči ose otáčení

$$J = \frac{1}{3} m L^2 \quad (2.5)$$

nebo použitím Steinerovi věty

$$J = \frac{1}{12} m L^2 + m l^2 \quad (2.6)$$

Rovnice pro první zobecněnou souřadnici (x) jsou

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} + m\dot{x} + ml\dot{\varphi} \cos \varphi \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (2.8)$$

$$Q_x = F - b_1\dot{x} \quad (2.9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} \right) = (M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\varphi} \cos \varphi - ml\dot{\varphi}^2 \sin \varphi \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial K}{\partial x} = Q_x \quad (2.11)$$

Výsledná první pohybová rovnice

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\varphi} \cos \varphi - ml\dot{\varphi}^2 \sin \varphi = F - b_1\dot{x} \quad (2.12)$$

Rovnice pro druhou zobecněnou souřadnici (φ) jsou

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = J\dot{\varphi} + ml\dot{x} \cos \varphi \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = -ml\dot{x}\dot{\varphi} \sin \varphi \quad (2.14)$$

$$Q_\varphi = mgl \sin \varphi - b_2\dot{\varphi} \quad (2.15)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} \right) = J\ddot{\varphi} + ml\ddot{x} \cos \varphi - ml\dot{x}\dot{\varphi} \sin \varphi \quad (2.16)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial K}{\partial \varphi} = Q_\varphi \quad (2.17)$$

Výsledná druhá pohybová rovnice

$$J\ddot{\varphi} + ml\ddot{x} \cos \varphi - ml\dot{x}\dot{\varphi} \sin \varphi + ml\dot{x}\dot{\varphi} \sin \varphi = mgl \sin \varphi - b_2\dot{\varphi} \quad (2.18)$$

$$J\ddot{\varphi} + ml\ddot{x} \cos \varphi = mgl \sin \varphi - b_2\dot{\varphi} \quad (2.19)$$

2.1.3 Linearizace soustavy

Odvozené pohybové rovnice jsou nelineární, je proto nutná jejich linearizace v okolí pracovního bodu. Pro malé úhly platí vztahy

$$\cos \varphi \approx 1, \quad \sin \varphi \approx \varphi, \quad \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \approx 0, \quad \text{pro } \varphi \approx 0$$

Obě pohybové rovnice (12, 19) po úpravě

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\varphi} = F - b_1\dot{x} \quad (2.20)$$

$$J\ddot{\varphi} + ml\ddot{x} = mgl\varphi - b_2\dot{\varphi} \quad (2.21)$$

2.1.4 Stavový popis lineárního modelu

Úprava první rovnice vyjádřením druhé derivace \ddot{x} z rovnice (2.20)

$$\ddot{x} = \frac{F - b_1\dot{x} - ml\ddot{\varphi}}{M + m} \quad (2.22)$$

Dosazení rovnice (2.22) do druhé pohybové rovnice (2.21)

$$J\ddot{\varphi} + ml \frac{F - b_1\dot{x} - ml\ddot{\varphi}}{M + m} = mgl\varphi - b_2\dot{\varphi} \quad (2.23)$$

$$J\ddot{\varphi}(M + m) - m^2 l^2 \ddot{\varphi} = mgl\varphi(M + m) - mlF - b_2\dot{\varphi}(M + m) + ml - b_1\dot{x} \quad (2.24)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{mgl\varphi(M + m) - mlF - b_2\dot{\varphi}(M + m) + ml - b_1\dot{x}}{J(M + m) - m^2 l^2} \quad (2.25)$$

Obdobně, vyjádřením druhé derivace $\ddot{\varphi}$ z rovnice (2.21)

$$\ddot{\varphi} = \frac{mgl\varphi - ml\ddot{x} - b_2\dot{\varphi}}{J} \quad (2.26)$$

Dosazení rovnice (2.26) do první pohybové rovnice (2.20)

$$(M + m)\ddot{x} + ml \frac{mgl\varphi - ml\ddot{x} - b_2\dot{\varphi}}{J} = F - b_1\dot{x} \quad (2.27)$$

$$(M + m)\ddot{x} - \frac{m^2 l^2 \ddot{x}}{J} = F - b_1\dot{x} + \frac{b_2 ml \dot{\varphi}}{J} - \frac{m^2 gl^2 \varphi}{J} \quad (2.28)$$

$$J(M + m)\ddot{x} - m^2 l^2 \ddot{x} = FJ - Jb_1\dot{x} + b_2 ml \dot{\varphi} - m^2 gl^2 \varphi \quad (2.29)$$

$$\ddot{x} = \frac{FJ - Jb_1\dot{x} + b_2 ml \dot{\varphi} - m^2 gl^2 \varphi}{J(M + m) - m^2 l^2} \quad (2.30)$$

Volba stavových veličin

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{x} \\ x_3 &= \varphi \\ x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\varphi} \\ u &= F \\ y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Z výše uvedených diferenciálních rovnic je získána soustava čtyř diferenciálních rovnic prvního řádu

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.32)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{uJ - Jb_1\dot{x} + b_2ml\dot{\varphi} - m^2gl^2\varphi}{J(M+m) - m^2l^2} \quad (2.33)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.34)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{mglx_3(M+m) - mlu - b_2x_4(M+m) + mlb_1x_2}{J(M+m) - m^2l^2} \quad (2.35)$$

Stavový popis lze použitím matic zapsat takto

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + Bu, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + Du \quad (2.36)$$

Ze získaných diferenciálních rovnic lze určit jednotlivé stavové matice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-Jb_1}{jmen} & \frac{-m^2l^2g}{jmen} & \frac{b_2ml}{jmen} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlb_1}{jmen} & \frac{mgl(M+m)}{jmen} & \frac{-b_2(M+m)}{jmen} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J}{jmen} \\ 1 \\ \frac{-ml}{jmen} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Maticové stavové rovnice pro model inverzního kyvadla lze tak vyjádřit v následujícím tvaru

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-Jb_1}{jmen} & \frac{-m^2l^2g}{jmen} & \frac{b_2ml}{jmen} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mlb_1}{jmen} & \frac{mgl(M+m)}{jmen} & \frac{-b_2(M+m)}{jmen} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J}{jmen} \\ 1 \\ \frac{-ml}{jmen} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.38)$$

2.2 Analýza modelu

Parametry kyvadla jsou zadány na základě reálných parametrů již zhotoveného modelu tak, aby chování modelu co nejlépe odpovídalo skutečnému systému.

Moment setrvačnosti tyče kyvadla

$$J = \frac{1}{3}mL^2 = \frac{1}{3} \cdot 0,078 \cdot 0,3^2 = 0,00234 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (2.39)$$

$L [m]$ - délka tyče

$m [kg]$ - hmotnost tyče

Značka	Popis	Hodnota	Jednotka
M	Hmotnost vozíku (bez kyvadla)	0,248	kg
m	Hmotnost kyvadla	0,078	kg
b_1	Tření vozíku	3,01	$Nm^{-1}s^{-1}$
b_2	Tření tyče kyvadla	0.01	$Nm^{-1}s^{-1}$
L	Délka tyče	0,3	m
J	Moment setrvačnosti tyče	0,00234	$kg.m^2$

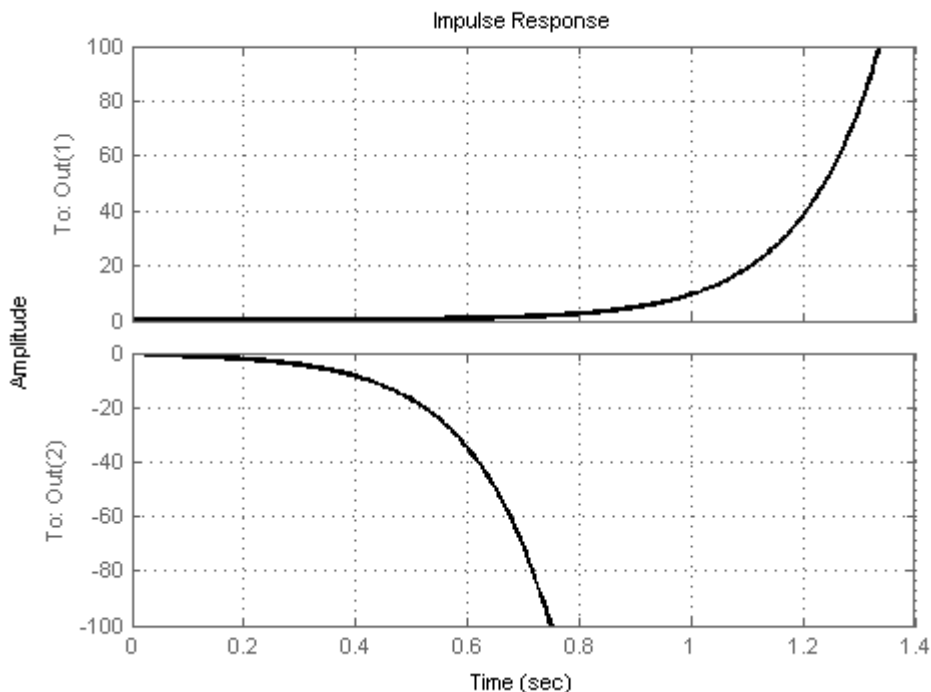
Tab. 1 – Parametry modelu kyvadla

Dosazením parametrů kyvadla do rovnice (2.38)

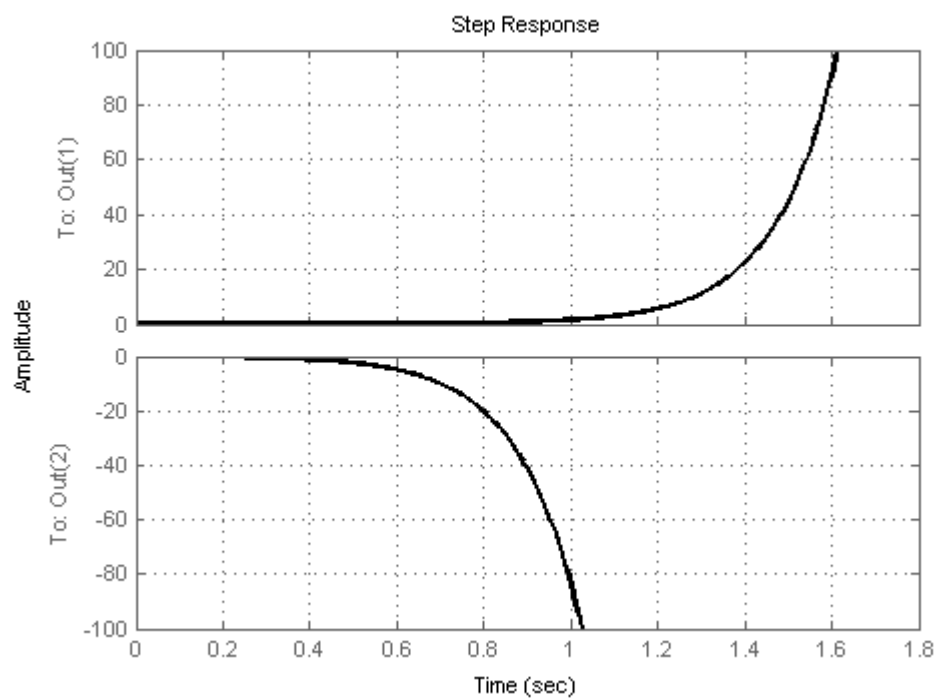
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -11,2523 & -2,1554 & 0,0187 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 56,2617 & 59,7768 & -0,5208 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3,7383 \\ 1 \\ -18,6916 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.40)$$

Z impulsní a přechodové charakteristiky otevřeného obvodu je zřejmé, že se jedná o astatickou soustavu a tedy i soustavu s integračním charakterem (obr.2, 3).

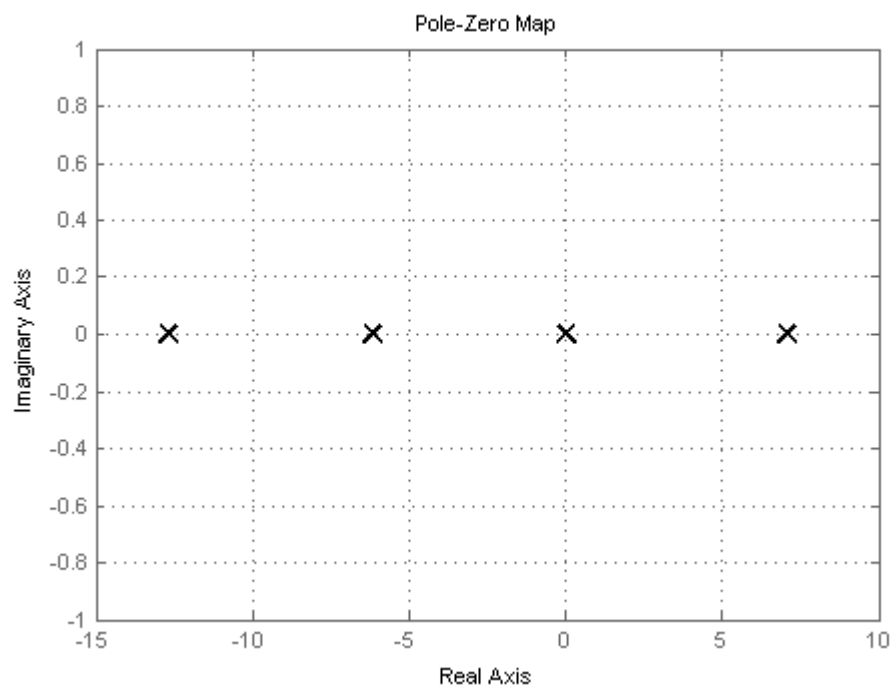


Obr. 2 – Impulsní charakteristika

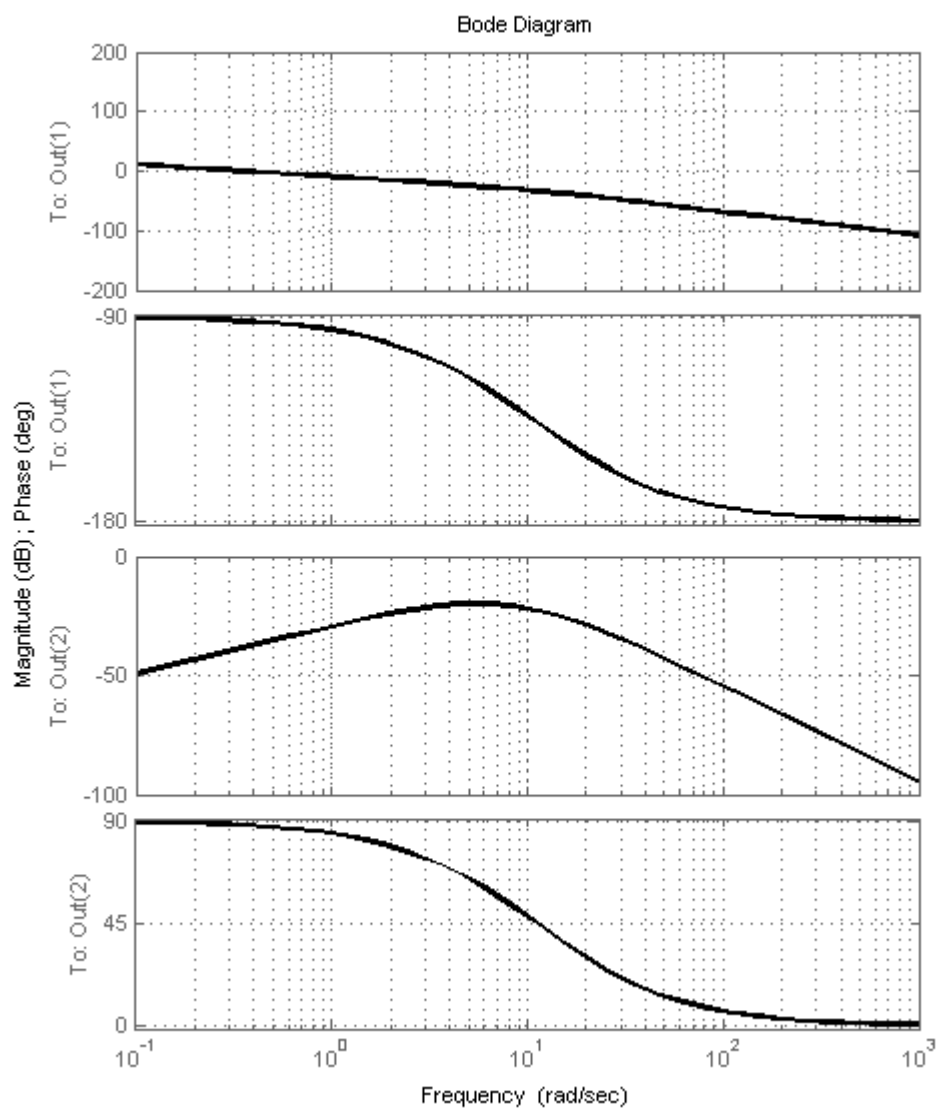


Obr. 3 – Přechodová charakteristika

Na obr.4 je rozložení nul a pólů. Vzhledem k umístění pólu přenosu v pravé polorovině se jedná o nestabilní soustavu.



Obr. 4 – Rozložení nul a pólů

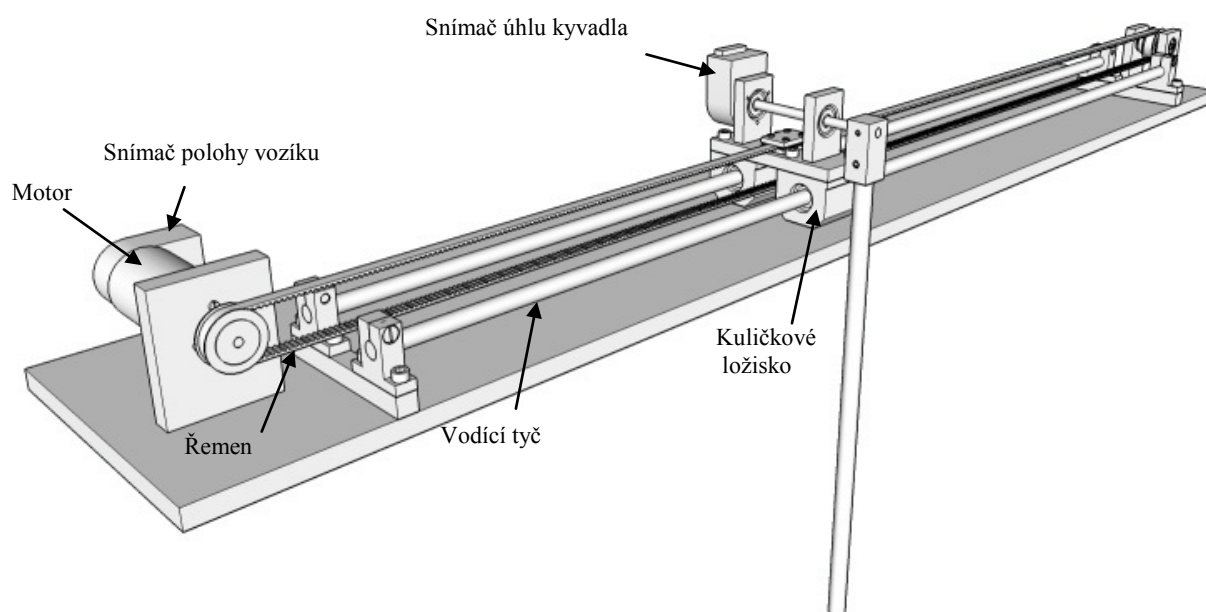


Obr. 5 – Bodeho charakteristika

3 Popis fyzikálního modelu kyvadla

3.1 Konstrukce modelu

Model kyvadla (obr. 6) jsem nejprve navrhnul v programu SketchUp. Je to program sloužící pro tvorbu, úpravu a sdílení 3D modelů. Tento způsob 3D návrhu mi umožnil získat přesný virtuální model a mít tak konkrétní představu o tvaru, rozměrech a rozmístění jednotlivých částí. Bylo také možné včas odhalit případné konstrukční chyby, jejichž zjištění by ve fázi výroby modelu nebo jeho sestavování mohlo znamenat značné finanční a časové ztráty.



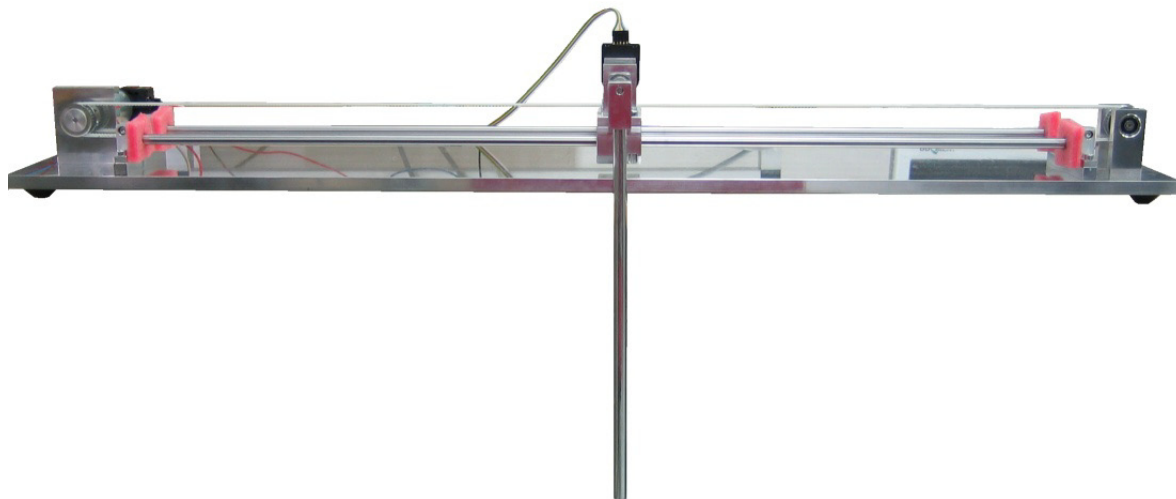
Obr. 6 – Navržený model inverzního kyvadla

Pro ovládání vozíku kyvadla jsem zvolil princip, který je i u jiných modelů IK často používán. Vozík se pohybuje prostřednictvím kuličkových ložisek po vodících tyčích. Pohyb vozíku je zajištěn motorem přes řemen a řemenice. Kyvadlo je umístěné tak, aby byl možný pohyb tyče kolem své osy v rozsahu 0-360°. Přední hranu základní desky kyvadla je tedy nutné umístit rovnoběžně s hranou stolu. Rozměry modelu jsou uvedeny v tabulce 2. Soubor obsahující 3D návrh modelu je obsažen v příloze na CD. Soubor lze otevřít v programu Sketchup verze 8.0 a výše.

Popis	Hodnota [m]
Délka modelu	0,874
Výška modelu	0,092
Hloubka modelu	0,15
Délka dráhy vozíku	0,7
Šířka vozíku	0,032
Délka tyče	0,3

Tab. 2 – Základní parametry modelu kyvadla

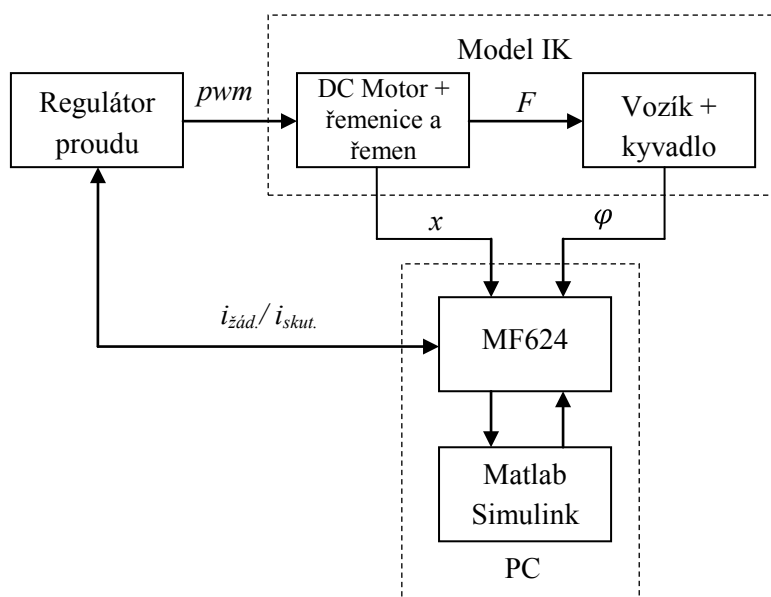
Jako nejvhodnější materiál pro jednotlivé části modelu jsem zvolil dural. Jedná se o pevný, lehký a dobře obrobitelný materiál. Některé konstrukční prvky jako jsou zapouzdřená kuličková ložiska vozíku, uchycení tyčí, vodící tyče a řemenice byly zakoupeny. Další díly bylo nutné opracovat na požadovanou velikost. Konce řemene se upevňují do upínací desky na horní části vozíku. Napínání řemene je zajištěno pohyblivou přírubou motoru, kterou lze po uvolnění šroubů pohybovat v rozsahu 1 cm. Řemen obsahuje ocelovou lanku, která by měla zabránit jeho postupnému natahování a nutnosti upravovat nastavení příruby motoru.



Obr. 7 – Dokončený model kyvadla

3.2 Návrh řízení modelu

Na obr. 8 je blokové schéma řízení inverzního kyvadla. Snímač úhlu natočení kyvadla umístěný na vozíku je stejně jako poloha vozíku snímán inkrementálním optoelektrickým snímačem. Poloha vozíku je získávána snímačem upevněným přímo na motoru. Tyto signály jsou připojeny do měřicí karty MF624 zapojené v počítači. Výstupní signál (žádaná hodnota proudu) je v Simulinku převeden na napětí 0-7V a je z této karty přiveden do regulátoru proudu, který na základě vzniklé regulační odchylky mezi žádanou a skutečnou hodnotou proudu působí akčním zásahem (PWM signálem) na motor. Motor pak prostřednictvím řemenic a řemenu působí silou F na vozík. Řídící algoritmus je implementován v prostředí programu Matlab/Simulink.



Obr. 8 – Blokové schéma modelu IK

3.3 Motor

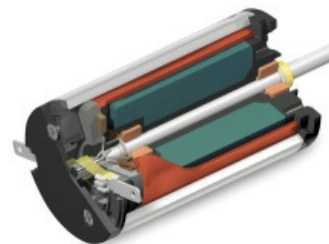
Pohyb vozíku je zajištěn stejnosměrným motorem s permanentním magnetem. Výhody použití tohoto typu motoru jsou především v relativně snadné regulaci a tím i snadnějšího návrhu regulátoru, v poměru výkon/hmotnost, ceně a také široké nabídce. Výhodou u těchto pohonů také je, že budící magnetický tok je kolmý na směr proudu kotvy a motor tak vyvíjí vždy maximální moment. Nevýhodou stejnosměrných motorů je nutnost použití komutátoru a sběrného ústrojí, které vyžaduje údržbu. Je také zdrojem elektromagnetického rušení.

Po důkladném zvážení všech požadavků na parametry motoru jsem zvolil motor s „kotvou bez železa“ Maxon A-max 32. Tyto motory mají výborné dynamické vlastnosti a vysokou účinnost. Konstrukce tohoto motoru je oproti konvenčním stejnosměrným motorům odlišná. Konvenční motory mají vinutí na železném jádru kotvy a permanentní magnety ve vnějším plášti motoru. Výhodnější je ovšem uspořádání, kdy je permanentní magnet uvnitř vinutí a plášť je z feromagnetického materiálu. Toto uspořádání je podmíněno použitím samonosného vinutí rotoru, do jehož dutiny se umístí stojící permanentní magnet. Samonosné vinutí dodává motoru velmi podstatné vlastnosti, kterými vyniká nad klasickým motorem. Vinutí má nízkou indukčnost a velmi nízkou elektrickou časovou konstantu. Reakce na změnu napájecího napětí je okamžitá. Moment setrvačnosti je nižší o moment setrvačnosti jádra, takže i mechanická časová konstanta je pouze několik *ms* až několik desítek *ms*, během kterých se pohon rozběhne na požadovanou rychlost. [3]

Vybrané katalogové údaje zvoleného motoru jsou uvedeny v tab. 3. Jedná se o motor s výkonem $20W$ s vnějším průměrem pláště $32mm$ a délkou $63mm$. Má grafitové kartáče, které jsou vzhledem k požadovaným dynamickým vlastnostem motoru vhodnější než kartáče kovové.

Popis	Hodnota
Jmenovité napětí	12 V
Max. otáčky	4660 rpm
Jmenovité otáčky	3100 rpm
Max. dlouhodobý moment	42,1 mNm
Moment při nul. otáčkách	131 mNm
Jmenovitý proud	1,79 A
Proud při startu	5,39 A
Max. účinnost	80 %

Tab. 3 – Základní parametry motoru A-Max 32



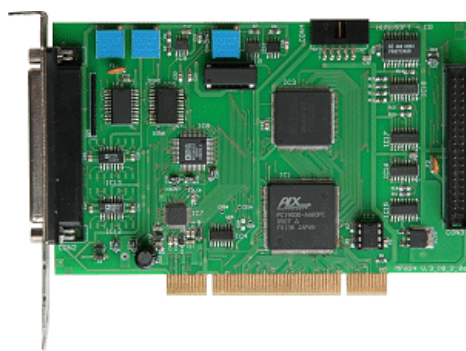
Obr. 9 – Řez motorem Maxon A-max [12]

Motor	Regulátor	Signál	Popis
kladný pól	X2-2 (Out2)	0 až 12V, střída PWM 0-100%	výstupní PWM signál z regulátoru
záporný pól	X2-1 (Out1)		

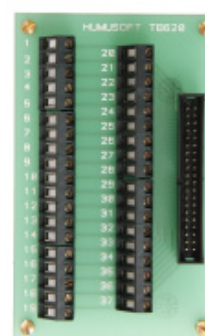
Tab. 4 – Zapojení motor/regulátor

3.4 Měřicí karta MF624

Multifunkční karta MF 624 pro sběrnici PCI obsahuje kompletní sadu periférií pro běžné měřicí a řídicí aplikace. Splňuje požadavky většiny aplikací a není třeba ji doplňovat o další specializované periférie. Karta má 32-bitovou architekturu pro zajištění maximální propustnosti. Analogová část obsahuje osm 14-bitových převodníků A/D se současným vzorkováním všech kanálů a osm 14-bitových převodníků D/A se synchronní aktualizací výstupů. Digitální část nabízí čtyři kanály vstupů inkrementálních snímačů a čtyři čítače/časovače pro měření frekvence, čítání impulzů, generování pulzně šířkové modulace a podobné aplikace. Čítače mají rozlišení 32 bitů a pracují s frekvencemi až 50 MHz. K dispozici jsou i běžné digitální porty. [4]



Obr. 10 – Měřicí karta MF624 [5]



Obr. 11 – Konektor pro připojení ext. signálů [5]

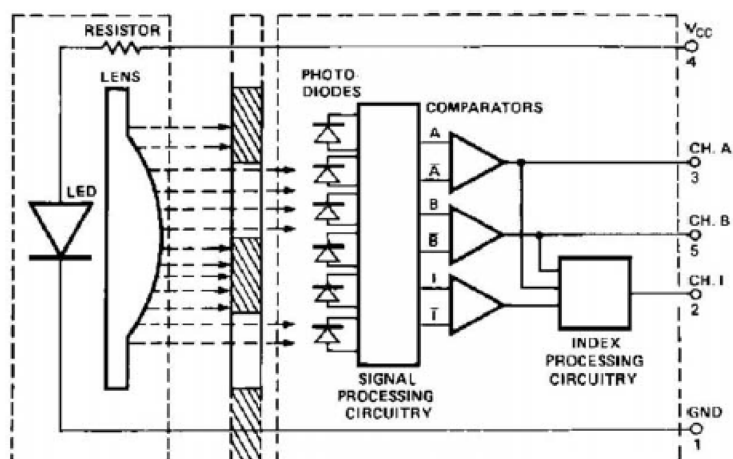
Ke kartě se dodávají ovladače pro Microsoft Windows a knihovna pro vývoj aplikací. Dále jsou k dispozici i ovladače pro Real Time Toolbox, Real Time Windows Target a xPC. [4] Pro komunikaci se Simulinkem je nutné nainstalovat Real-Time Toolbox. Po instalaci toolboxu lze z knihovny využívat jednotlivé bloky umožňující komunikaci s kartou.

Regulátor	MF624	Signál	Popis
X2-3	Nezapojeno	-	Brzda - není využíváno
X2-4	X1-1 (AD0)	analog. 0 až 7V	Skutečná hodnota proudu
X2-5	X1-30 (DOUT)	digit. 0/5V	Směr
X2-6	Nezapojeno	-	Thermal – pouze signalizace LED na čelním panelu regulátoru
X2-7	X1-20 (DA0)	analog. 0 až 7V	Žádaná hodnota proudu
X2-8	X1-29	GND	GND

Tab. 5 – Propojení mezi regulátorem a kartou MF624

3.5 Snímače

Pro odměřování polohy vozíku i úhlu kyvadla jsem použil inkrementální snímač HEDM-5500J12 (obr.13). Pracuje na optoelektrickém principu. Zdrojem světla jsou LED diody, dále obsahuje integrovaný obvod s detektory, výstupní obvod a kódovací kotouč, který se otáčí mezi zdrojem a detektorem světla. Pohyb je tak převeden na odpovídající elektrické impulsy, přičemž počet impulsů odpovídá velikosti změny polohy a frekvence impulsů rychlosti pohybu.



Obr. 12 – Princip optoelektrického snímače [6]

Výstupem snímače jsou dva obdélníkové pulsy vzájemně fázově posunuté o 90° pro rozlišení směru otáčení. Některé typy jsou doplněny o nulový puls (tzv. index), který je generován jednou za otáčku kotouče. Nulový puls umožňuje přesné polohování připojeného mechanismu. Tento snímač umožňuje snadnou a rychlou montáž na motor. Tabulka 6 obsahuje základní parametry zvoleného snímače. Propojení snímačů s měřicí kartou je zobrazeno v tabulce 7.

Popis	Hodnota
Napájecí napětí	5 V
Rozlišení snímače	1024 imp/ot
Frekvence snímání	100 kHz
Počet kanálů	2 (A,B)
Průměr osy	6 mm

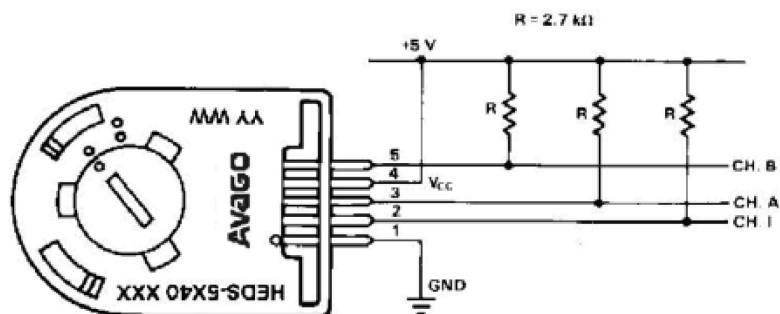


Tab. 6 – Základní parametry snímače HEDM 5500J12

Obr. 13 – Snímač HEDM 55xx [6]

	HEDM	MF624	Signál	Popis
KYVADLO	1	X2-29	GND	GND
	2	Nezapojen	digit. 0/5V	Index – není obsažen v tomto typu snímače
	3	X2-3 (IRC0B+)	digit. 0/5V	Kanál A
	4	X2-28 (+5V)	+5V	Napájecí napětí
	5	X2-3 (IRC0A+)	analog. 0 až 5V	Kanál B
VOZÍK	1	X2-29	GND	GND
	2	Nezapojen	digit. 0/5V	Index – není obsažen v tomto typu snímače
	3	X2-3 (IRC1B+)	digit. 0/5V	Kanál A
	4	X2-28 (+5V)	+5V	Napájecí napětí
	5	X2-3 (IRC1A+)	analog. 0 až 5V	Kanál B

Tab. 7 – Propojení inkrementálních snímačů IK s kartou MF624

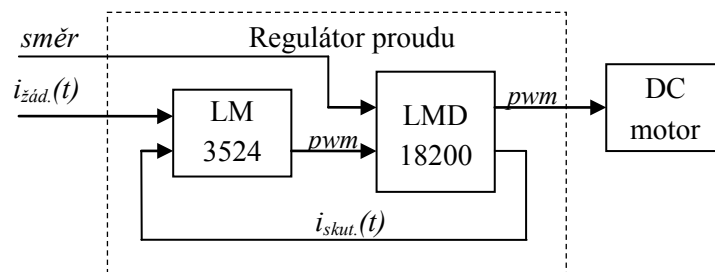


Obr. 14 – Zapojení snímače [6]

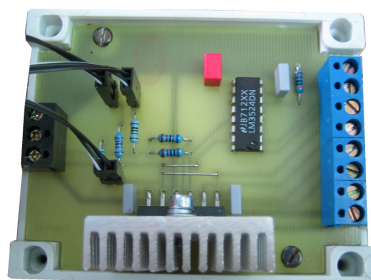
3.6 Regulátor proudu

Pro řízení stejnosměrného motoru modelu IK je nutné regulovat jeho moment. Moment generovaný motorem je přímo úměrný proudu procházejícího vinutím rotoru $T = K_M i$, kde K_M je momentová konstanta. Její hodnotu lze zjistit z katalogového listu výrobce. Moment motoru tedy řídíme změnou proudu rotoru. Blokové schéma (obr.15) znázorňuje princip řízení momentu stejnosměrného motoru.

Do regulátoru jsou přivedeny dva signály, z analogového výstupu karty MF624 žádaná hodnota proudu (0-7V) a z digitálního výstupu žádaný směr (log.0/log.1). Skutečná hodnota proudu je přes rezistor (6,19kΩ) převedena na napětí 0-7V a přivedena na neinvertující vstup OZ regulační odchylky. Na základě vzniklé regulační odchylky je generován PWM signál s patřičnou střídou. Ten je dále přiveden na vstup PWM (pin 5) výkonového prvku LMD18200 a podle logiky vstupních signálů jsou spínány výstupní výkonové tranzistory H-můstku, které slouží pro řízení proudu procházejícího vinutím rotoru a jeho směru.



Obr. 15 – Blokové schéma řízení momentu stejnosměrného motoru



Obr. 16 – DPS regulátoru



Obr. 17 – Vzhled regulátoru

Na obrázku 16 je zobrazen pohled na vnitřní uspořádání regulátoru a obrázek 17 ukazuje pohled na dokončený regulátor. Regulátor zelenými LED signalizuje připojená napětí +5V a +12V a rozsvícením červené LED diody překročení teploty obvodu LM18200. V horní části je svorkovnice pro připojení napájecích napětí a na spodní svorkovnici jsou vyvedeny I/O regulátoru.

Zapojení svorkovnic regulátoru		
číslo svork.	číslo svorky	Popis
X1	1	+12 V
	2	+5 V
	3	GND
X2	1	Motor OUT1
	2	Motor OUT2
	3	Brzda
	4	Skutečná hodnota proudu
	5	Směr
	6	Thermal
	7	Žádaná hodnota proudu
	8	GND

Tab. 8 – Zapojení svorkovnic regulátoru

3.6.1 LM3524

Obvod LM3524 (obr. 18) je regulovatelný PWM modulátor. Obsahuje obvod pro referenční napětí 5V, zesilovač regulační odchylky, nastavitelný oscilátor, komparátor, klopné obvody, dva výstupní tranzistory (lze zvolit zapojení jednočinné nebo dvojčinné) a také obvod pro proudové omezení.

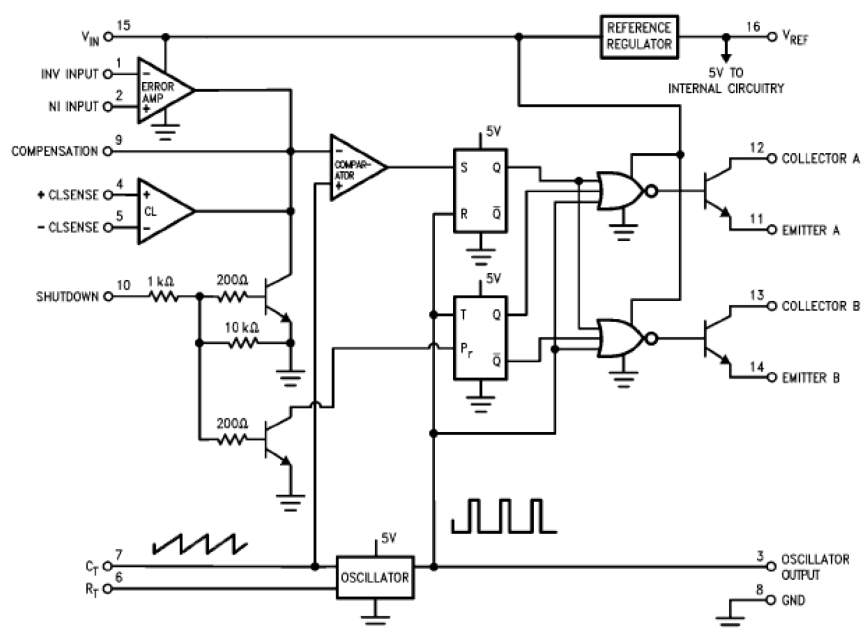
Napěťový 5V regulátor poskytuje napájení pro všechny interní obvody a je možné jej použít jako referenční napětí.

Frekvence oscilátoru je dána hodnotami rezistoru R_T a kondenzátoru C_T . Zvolená frekvence oscilátoru

$$f_{osc} = \frac{1}{R_T C_T} = \frac{1}{3,6 \cdot 0,01} = 27,8 \text{ kHz} \quad (3.1)$$

Výstup oscilátoru poskytuje signál pro spínání vnitřního klopného obvodu, který posílá PWM signál na výstup a puls, který způsobuje vypnutí obou tranzistorů během změny stavu. Rezistor R_T zajišťuje konstantní nabíjecí proud kondenzátoru C_T . Vzniklá napěťová rampa je dále přivedena do neinvertujícího vstupu komparátoru a na základě velikosti regulační odchylky je na výstupu komparátoru nastavena střída PWM signálu. Modulovaný signál je dále přes klopný obvod zapojen na výstupní NPN tranzistory s otevřeným kolektorem a emitorem s maximálním proudem 200mA. Tranzistory jsou řízeny signálem posunutým o 180° a nemají vzájemně propojené kolektory a emitory. [7]

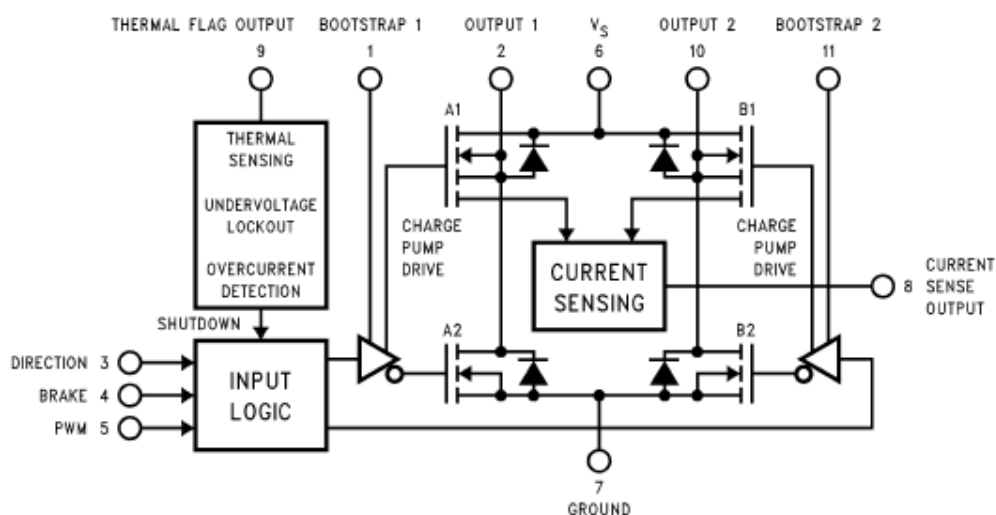
Výstup diferenčního zesilovače regulační odchylky nebo také vstup komparátoru je možné snadno potlačit, protože výstupní impedance je velmi vysoká. Z tohoto důvodu je možné přivést stejnosměrné napětí na pin 9, které potlačí napětí reg. odchylky a vnutit tak požadovanou střidu PWM signálu. [7]



Obr. 18 – Blokové schéma obvodu LM3524 [7]

3.6.2 LMD18200

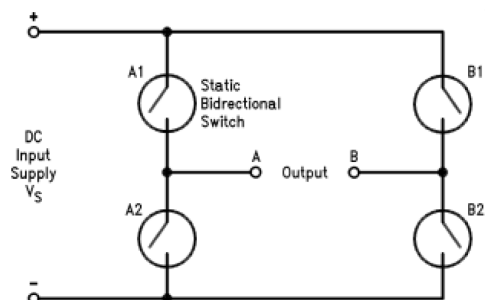
Pro řízení motoru je jako výkonový prvek použit integrovaný obvod LMD18200. Je to 3A, 4-kvadrantový H-můstek, který se používá na regulaci rychlosti stejnosměrných a krokových motorů. Napájecí napětí je od 12 do 55V. Tento obvod obsahuje čtyři spínací výkonové DMOS tranzistory zapojených do H-můstku. Blokové schéma obvodu je na obr. 19. LMD18200 má 3 vstupy, PWM, směr a brzda, kterými je řízeno chování H-můstku (tab. 9).



Obr. 19 – Blokové schéma obvodu LMD18200 [8]

PWM	Směr	Brzda	Aktivní tranzistory
H	H	L	A1,B2
H	L	L	A2,B1
L	X	L	A1,B1
H	H	H	A1,B1
H	L	H	A2,B2
L	X	H	žádný

Tab. 9 – Pravdivostní tabulka



Obr. 20 – H-můstek [8]

3.6.2.1 Ochranné obvody

Obvod obsahuje ochranné prvky jako je např. ochrana před nadproudem. Proud procházející výkonovými tranzistory je snímán a v případě překročení proudu nebo např. zkratu na výstupu dojde k uzavření těchto tranzistorů. Tento ochranný mechanismus je navíc doplněn o vlastnost, kdy jsou v pravidelných intervalech spínány výkonové tranzistory (pokud tak požaduje řídicí obvod). Tím je zajištěn automatický restart obvodu při dočasné poruše.

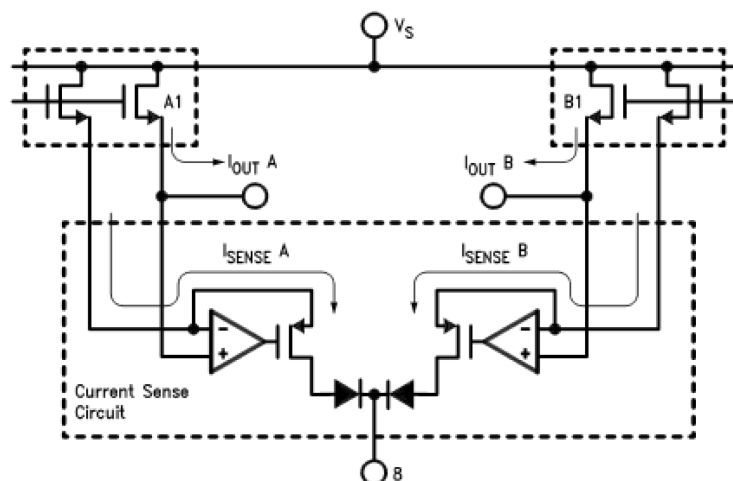
Další ochranným prvkem je ochrana před podpětím, kdy při napájecím napětí menším než 10V dojde také k uzavření výkonových tranzistorů.

Výstup *thermal flag* (pin 9) je hlášení o překročení teploty. Tento výstup je řešen tranzistorem s otevřeným kolektorem a umožňuje tak vzájemné propojení s více obvody LMD18200. Obvykle se využívá pro hardwarové přerušování kontroléru. [8]

3.6.2.2 Snímání proudu

Do zpětné vazby regulátoru je nutné zavést hodnotu proudu procházejícím motorem a jednou z vlastností tohoto obvodu je právě možnost snímání výstupního proudu. Princip snímání je řešen způsobem odlišným od běžné metody, kdy je do série se zátěží zapojen výkonový rezistor malé hodnoty a je snímán úbytek napětí na tomto rezistoru. Nevýhodou této jednoduché metody je, že se úbytek na rezistoru projeví na sníženém napětí na zátěži a vzniká zde také problém se zesílením nízkého napětí při rychle se měnícím souhlasném napětím, přivedeného na vstup zesilovače. [8]

Princip snímání proudu použitý u tohoto obvodu je stejný s principem používaným u výkonových MOSFETů. Každý výkonový DMOS tranzistor je složen z mnoha menších, paralelně zapojených buněk. Proud procházející tranzistorem je tak rozdělen rovnoměrně do jednotlivých buněk. Několik buněk je oddělených a proud procházející těmito buňkami je v určitém poměru k celkovému proudu, u tohoto obvodu je to hodnota $377\mu A/A$. Obrázek 21 zobrazuje tento princip snímání. [8]



Obr. 21 – Princip snímání proudu [8]

3.6.3 Zdroj napětí

Jako zdroj napětí je použit dostatečně výkonný ATX zdroj z počítače, ze kterého byly vyvedeny pouze napětí +5 a +12V. Zbylá nepoužitá napětí byla odpojena. V sérii s vývodem PS_ON, který připojením na GND zapíná zdroj, je zapojen vypínač. Používá se k odpojení celého zdroje v případě havárie vozíku.

Barva vodiče	Popis
žlutá	+12 V
červená	+5 V
černá	GND

Tab. 10 – Zapojení vývodů zdroje

4 Návrh a simulace řízení IK v programu Matlab&Simulink

Vzhledem k tomu, že se jedná o řízení soustavy SIMO (Single input Multiple output) s jedním vstupem a dvěma výstupy je použití standardních typů regulátorů (PI, PID) nevhodné a bylo by možné regulovat pouze jeden výstup (úhel kyvadla), nebo využít spojení dvou regulátorů. Mnohem vhodnějším řešením je použití zpětnovazebního stavového LQ řízení. Úlohou regulátoru IK je, aby v konečném čase převedl daný stav systému do nulového stavu, což je jednou ze základních úloh LQ řízení.

Pro řízení modelu IK jsem navrhl LQR regulátor. Jedním z předpokladů u návrhu LQR regulátoru je dostupnost všech stavů systému ve zpětné vazbě. To ovšem v praxi nelze vždy splnit a platí to i pro tento model inverzního kyvadla, kde jsou přímo měřitelné pouze dva stavy, dráha vozíku a úhel natočení kyvadla. Pro rychlost vozíku a úhlovou rychlost kyvadla je nezbytné použít pozorovatele. Jako odhadce neměřených stavů soustavy jsem zvolil Kalmanův filtr.

4.1 Návrh lineárně kvadratického regulátoru LQR

Charakteristickým rysem moderní teorie řízení je formulace úlohy návrhu regulátoru jako optimalizačního problému, přičemž je obvykle implicitně splněna řada základních požadavků a vedou na v jistém smyslu nejlepší regulátor. Ladění regulátoru pak přechází v nastavování parametrů optimalizačního kritéria. Zkratka LQ řízení se používá pro optimální lineární řízení systému. Zkratka LQ je spojením počátečních písmen Linear Quadratic Control, tedy lineárně kvadratické řízení. Toto řízení je vyvíjeno od 60-tých let. Zatímco v klasických metodách návrhu se požadovaných vlastností systému (stabilita, požadovaná šířka pásma, amplitudová a fázová bezpečnost) dosahovalo vhodným nastavením konstant regulátoru, moderní metody splňují řadu těchto požadavků implicitně a navíc vedou na v jistém smyslu optimální regulátor, je optimalizována účelová (ztrátová) funkce. V teorii řízení se velmi často jako účelová funkce používá tzv. kvadratické kritérium. [9]

Předpokladem je, že soustava pro tuto regulaci je lineárním systémem, zapsaným vnitřním popisem stavů systému. Objektem řízení je kvadratický funkcionál stavů systému a řídicích vstupů – akčních veličin. Hlavním úkolem tohoto řízení je minimalizovat kvadratický funkcionál s ohledem na akční veličiny – řízení a také získat stabilní optimální systém s přiměřeně dobrou odezvou. U takového systému se předpokládá a požaduje, aby díky regulátoru byl systém v rovnováze, nebo nastaven do daného bodu navzdory rušení. Proto je cílem a úkolem minimalizovat rušení působící na systém. Dalšími možnými aplikacemi LQ řízení mohou být požadavky na minimální čas řízení, minimální spotřebu řízení (kde řešení vyžaduje nelineární typ řízení zapnuto-vypnuto, které je jednoduché k implementaci užitím reléových spínačů nebo přepínačů, ale obtížnější k analýze nelinearit) a ITAE kritérium. [9]

V obecné úloze Q a R reprezentují váhy různých stavů a řídicích veličin. Řešením je stabilní optimální systém s dobrou odezvou. Požadujeme, aby matice Q byla symetrická a pozitivně semidefinitní a R symetrická a pozitivně definitní. Hlavní úkol spočívá v návrhu parametrů Q a R :

- Q symetrická pozitivně semidefinitní matice $Q \geq 0$
- R symetrická pozitivně definitní matice $R > 0$

Tyto rovnice platí pro systém, kde je stav řízeného systému dostupný, jinak jej je potřeba rekonstruovat. Kvadraticky optimální regulace se pak dá řešit s využitím pouze zpětné vazby od výstupu. [9]

Výhody použití kvadratického kritéria:

- úlohy kvadratické optimalizace jsou poměrně snadno řešitelné
- řadu optimalizačních kritérií lze v okolí jejich maxima aproximovat kvadratickou funkcí
- pro soustavu linearizovanou v okolí pracovního bodu je optimální regulátor rovněž lineární a lze je realizovat stavovou zpětnou vazbou
- pro nekonečný horizont optimalizace lze najít časově invariantní regulátor, který stabilizuje (za známých podmínek) řízenou soustavu
- tento časově invariantní regulátor má příznivé vlastnosti z hlediska robustnosti (zvláště ve spojitém případě)

Rozlišují se dvě základní úlohy:

- Kvadraticky optimální regulace. Řeší problém optimálního přechodu z daného libovolného stavu x_0 do počátku
- Kvadraticky optimální sledování. Je požadováno, aby výstup soustavy sledoval (nenulovou) referenční trajektorii. Řadu optimalizačních kritérií lze v okolí jejich minima aproximovat kvadratickou funkcí

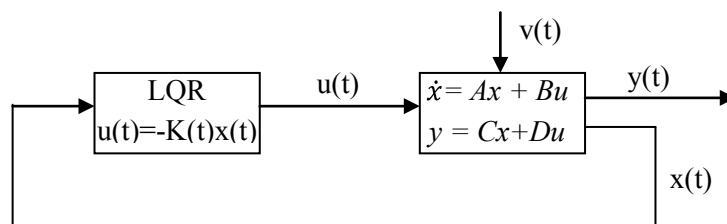
Úlohy kvadraticky optimálního řízení je možné řešit následujícími metodami:

- dvoubodovým okrajovým problémem
- dynamickým programováním

Úkolem u tohoto řízení tedy je optimalizovat účelovou funkci, tzn. minimalizovat kvadratický funkcionál, který je popsán následující rovnicí

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4.1)$$

kde J reprezentuje váženou sumu energie stavu a řízení. Q a R jsou váhy různých stavů a řídicích veličin. Problémem je minimalizovat funkci J . Lze ji interpretovat jako úlohu optimální kompenzace poruch, jejichž působením je systém vychýlen z požadované nulové (referenční) hodnoty. Matice R váží vynaloženou energii řízení (vynaložená energie je úměrná kvadratické funkci amplitudy řídicího vstupu) a matice Q váží odchylky stavů od nulové hodnoty. Hlavní úkol spočívá v návrhu parametrů Q a R . [9]



Obr. 22 – Blokové schéma LQR [9]

Akční zásah LQR regulátoru je dán jako součin matice K a vektoru stavů

$$u(t) = -K(t)x(t) \quad (4.2)$$

kde u je akční veličina a K je zpětnovazební zesílení, které je dáno vztahem

$$K = R^{-1}B^T P(t) \quad (4.3)$$

Matici P určíme z tzv. Riccatiho rovnice

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (4.4)$$

Minimalizování funkce tedy zahrnuje vyřešení této rovnice. V Matlabu lze optimální zesílení vypočítat pomocí funkce $[K,S,E]=lqr(A,B,Q,R)$. Před samotným návrhem je nutné zajistit:

- všechny stavy systému musí být dostupné pro zpětnou vazbu
- ověření říditelnosti a pozorovatelnosti soustavy

Systém je říditelný pro každý bod v daném prostoru, tedy pro počáteční stav $x(0)$, existuje-li takové řízení, že v konečném čase T_s převede systém do stavu $x(T_s)=0$, to znamená, že stavový vektor systému se převede do počátku stavového prostoru, bodu nula souřadnicového systému v konečném čase T_s , stavový vektor bude nulový. Soustava je říditelná, pokud je matice říditelnosti stejného řádu jako velikost stavového vektoru. [10] V Matlabu je k tomuto účelu funkce $ctrb(A,B)$.

$$C = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (4.5)$$

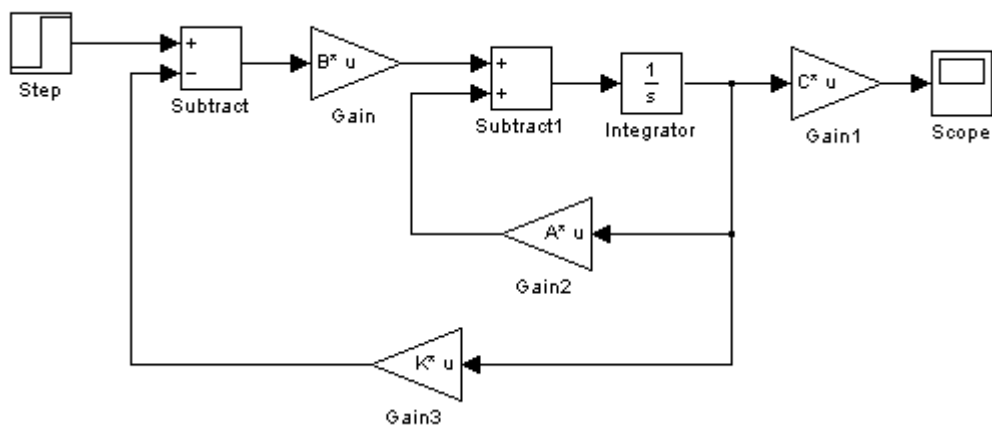
Systém je pozorovatelný, jestliže ze změřeného průběhu výstupů $y(t)$ v časovém intervalu $<0,T>$ a při znalosti vstupních signálů $u(t)$ v témže intervalu, lze jednoznačně určit výchozí stav systému $x(0)$. Soustava je pozorovatelná, pokud je matice pozorovatelnosti stejného řádu jako velikost stavového vektoru. [10] V Matlabu je pro určení pozorovatelnosti funkce $obsv(A,C)$.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Matice říditelnosti C a pozorovatelnosti O jsou následující

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -42 & 521 \\ 4 & -42 & 521 & -6408 \\ 0 & -19 & 220 & -3618 \\ -19 & 220 & -3618 & 44378 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -11,2523 & -2,1454 & 0,0187 \\ 0 & 56,2617 & 59,7768 & -0,5208 \\ 0 & 127,6667 & 25,2577 & -2,3654 \\ 0 & -662,3769 & -151,8341 & 61,0997 \end{bmatrix}$$

V obou případech je hodnota matic rovna 4, stejně jako velikost stavového vektoru, soustava je tedy říditelná a pozorovatelná.

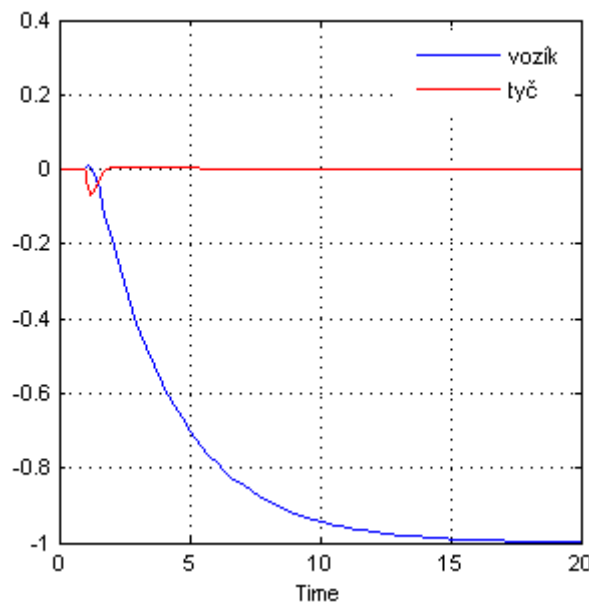


Obr. 23 – LQR řízení kyvadla v Simulinku

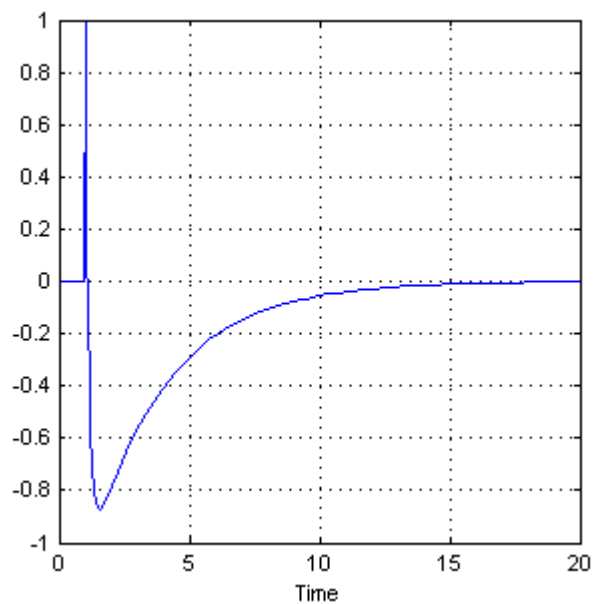
Výchozí hodnoty pro matice Q a R byly zvoleny takto

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = 1$$

Na obrázku 14 je odezva systému na jednotkový skok v čase 1s a na obrázku 15 je průběh akčního zásahu. Červenou křivkou je vykreslen pohyb tyče v radiánech a modrou křivkou pohyb vozíku v metrech. Čas přechodového děje je téměř 20s a je zřejmé, že bude nutné vhodněji nastavit matice Q a R .



Obr. 24 – Odezva na jedn.skok v čase 1s



Obr. 25 – Odezva akčního zásahu

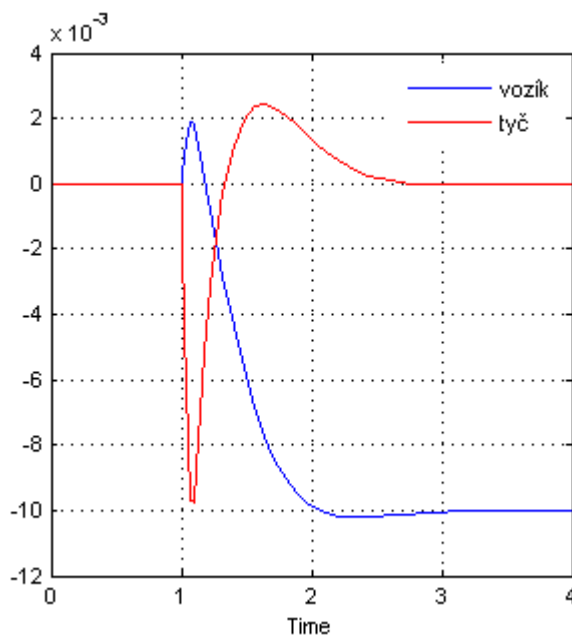
Matice Q a R byly po několika pokusech zvoleny jako nejvhodnější takto

$$Q = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = 1$$

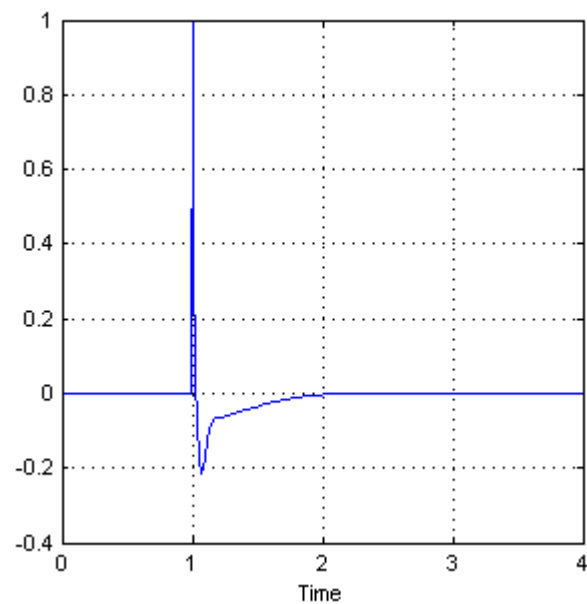
Optimální hodnota zpětnovazebního zesílení, která minimalizuje kvadratický funkcionál

$$K = [-100 \quad -51,6713 \quad -118,9001 \quad -12,9458]$$

Z odezvy na jednotkový skok (obr. 26) je vidět reakce vozíku a vychýlení tyče kyvadla v čase 1s a posun vozíku. Přechodový děj trvá 2s, což je v porovnání s předchozím nastavením značné zrychlení reakce. Dalším zvyšováním hodnot Q matice dynamiky a také snižováním hodnoty R matice již nedocházelo ke zrychlení přechodového děje.



Obr. 26 – Odezva na jedn.skok v čase 1s



Obr. 27 – Odezva akčního zásahu

4.2 Návrh pozorovatele - Kalmanův filtr

Spojité soustavy je dána

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw$$

$$y = Cx + Du + Hw + v \quad (4.7)$$

se vstupem u , bílým procesním šumem w a měřeným šumem v . Kovariační data šumů

$$E(w) = E(v) = 0, E(ww^T) = Q, E(vv^T) = R, E(wv^T) = N \quad (4.8)$$

určují zpětnovazební činitel L vyplývající z řešení Riccatiho rovnice. Kalmanův filtr zajišťuje optimální odhad pro signál zašuměný gaussovským bílým šumem, což z matematického hlediska znamená minimalizaci chybové variace [11]

$$P = \lim_{t \rightarrow \infty} E((x - \hat{x})(x - \hat{x})^T) \quad (4.9)$$

Optimálním řešením je Kalmanův filtr daný rovnicí

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y_v - C\hat{x} - Du) \quad (4.10)$$

Kde zesílení L je dáno řešením algebraické Riccatiho rovnice

$$L = (PC^T + \bar{N})\bar{R}^{-1} \quad (4.11)$$

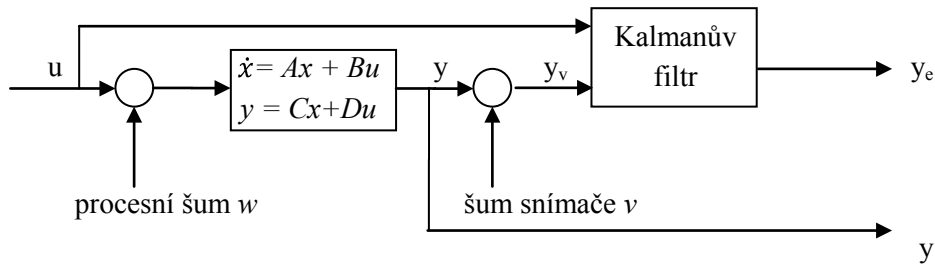
Kde

$$\bar{R} = R + HN + N^T H^T + HQH^T \quad (4.12)$$

$$N = G(QH^T + N) \quad (4.13)$$

a P řeší odpovídající algebraickou Riccatiho rovnici [11]

Odhadce stavů lze pak vyjádřit jako blok se vstupy u a y_v a výstupem y_e , jak je znázorněno na obr. 28.

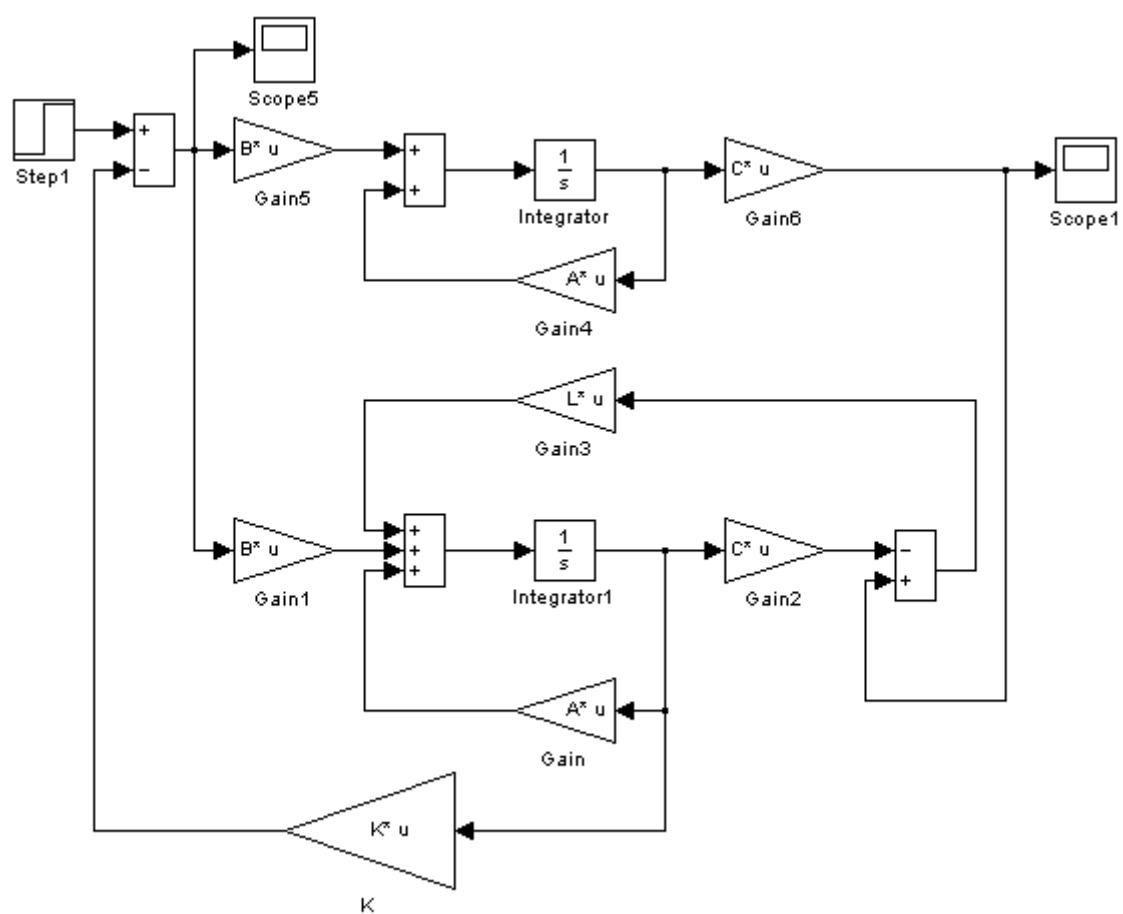


Obr. 28 – Blokové schéma zapojení Kalmanova filtru [11]

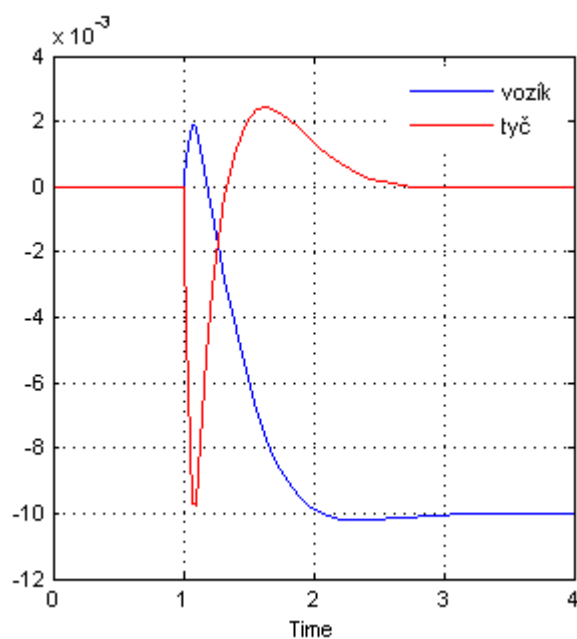
V Matlabu je pro návrh Kalmanova filtru funkce $[Kalmf, L, P] = kalman(SYS, QN, RN, NN)$. Tato funkce vytváří stavový model $Kalmf$ Kalmanova odhadce daný soustavou SYS a šumovými kovariančními maticemi QN, RN, NN . Pokud je matice NN nulová, může být vynechána. SYS musí být stavový model soustavy s maticemi $(A, [B \ G], C, [D \ H])$. Funkce vrací Kalmanovo zesílení L a stavovou chybovou kovariační matici P , která řeší Riccatiho rovnici. [11]

Výsledné zesílení L pro model IK

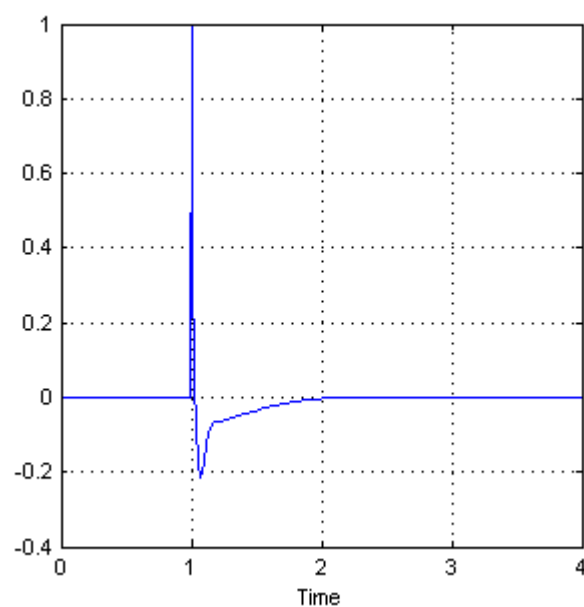
$$L = \begin{bmatrix} 1,0507 & -0,1899 \\ 0,0701 & -1,6555 \\ -0,1899 & 14,1632 \\ -1,2337 & 100,3155 \end{bmatrix}$$



Obr. 29 – IK s pozorovatelem v Simulinku



Obr. 30 – Odezva na jedn.skok v čase 1s



Obr. 31 – Odezva akčního zásahu

5 Realizace řízení IK prostřednictvím Matlab&Simulink + Real-time Toolbox

5.1 Popis schématu řízení

Na obr.32 je celkové schéma řízení IK v Simulinku. Vstupní signály z inkrementálních snímačů (1) je nutné převést z impulsů na požadovanou míru. Pro odměřování polohy vozíku jsou převedeny impulsy na metry a pro odměřování úhlu natočení kyvadla jsou impulsy převedeny na radiány. V blocích *RT In* jsou pro inkrementální snímače nastaveny kanály a kvadrurní režim, který umožňuje získat 4-krát vyšší rozlišení snímače ($4 \cdot 1024 = 4096$ imp/otáčku).

Obvod řemenice motoru

$$O = \pi \cdot d = \pi \cdot 0,02175 = 0,06833 \text{ m}$$

Pro ujetou vzdálenost vozíku platí

$$1 \text{ ot. motoru} = 0,06833 \text{ m}$$

$$1 \text{ imp.} = \frac{0,06833 \text{ m}}{4096 \text{ imp.}} = 0,00001668 \text{ m}$$

Pro natočení kyvadla platí

$$1 \text{ ot. kyvadla } (2\pi \text{ rad.}) = 4096 \text{ imp.}$$

$$1 \text{ imp.} = \frac{2\pi}{4096 \text{ imp.}} = 0,00153398 \text{ rad}$$

Takto upravené signály snímačů jsou spolu s odhady neměřených stavů přivedeny do zpětnovazebního zesílení *K* (3). Oba měřené signály jsou také zapojeny do pozorovatele (4) a bloku vizualizace (2). Výstup zesílení *K* (akční zásah síly *F*) je nutné převést na žádanou hodnotu momentu (5). Pro převod síly *F* na moment *T* platí

$$T = F \cdot d = F \cdot 0,010875$$

Kde *d* je poloměr řemenice v *m*. Moment *T* se přes momentovou konstantu K_M převede na proud. Moment generovaný motorem je přímo úměrný proudu procházejícího vinutím rotoru $T = K_M i$. Konstanta proporcionality K_M je nazývána jako momentová konstanta a její hodnotu lze zjistit v katalogovém listu výrobce. Pro motor Maxon A-max32 je $K_M = 24,3 \text{ mNm/A}$. Moment motoru tak řídíme změnou proudu rotoru.

$$T = K_M \cdot i$$

$$i = T \frac{1}{K_M}$$

$$i = T \frac{1}{0,0243}$$

Žádaná hodnota proudu je převedena na napětí (odpor vinutí motoru = 2,23Ω)

$$U = i \cdot R$$

$$U = i \cdot 2,23$$

Jelikož je nutné porovnávat pouze kladné hodnoty žádaného proudu, následuje blok absolutní hodnoty (6) a blok omezení (7) s limitem 7V, což je maximální přípustná vstupní hodnota pro rozdílový zesilovač regulátoru. Žádaná hodnota síly je blokem *Sign* (8) převedena na hodnotu 1 nebo -1 a jelikož je potřeba na výstupu signál 0 nebo 5V je použit blok *Compare To Zero* (9). Pokud je požadovaná síla kladná, je na výstupu součinu 1 a na digitálním výstupu katry je 5V a pokud záporná, je výsledek roven 0, tedy 0V.

Ve schématu je také využita zpětná vazba hodnoty skutečného proudu procházejícího vinutím rotoru (10), která je přivedena z regulátoru na analogový vstup měřicí karty. Tuto hodnotu je nutné převést na sílu F . Po bloku filtrace je napětí 0-7V převedeno na proud I . Na základě principu snímání proudu u obvodu LMD18200 je hodnota proudu na pinu 8 v poměru 377 μA na 1A celkového proudu. Na výstupní pin 8 obvodu LMD18200 je zapojen rezistor, na kterém vzniká průchodem proudu úbytek napětí. Pro velikost odporu při požadovaném výstupním napětí 0 až 7V platí

$$1A = 377\mu A \rightarrow 3A = 1131\mu A$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{7}{0,001131} \cong 6190\Omega$$

Na rezistoru o velikosti 6,19kΩ při celkovém proudu motoru 3A vznikne úbytek napětí 7V. Pro přepočtení na proud tedy platí

$$I_R = \frac{U}{R} = U \frac{1}{6190}$$

Tento proud procházející rezistorem je však vzhledem k principu snímání ve sníženém poměru vůči proudu skutečnému. Pro získání skutečné hodnoty proudu

$$I_{skut} = I_R \frac{1}{377 \cdot 10^{-6}}$$

Převod na moment T

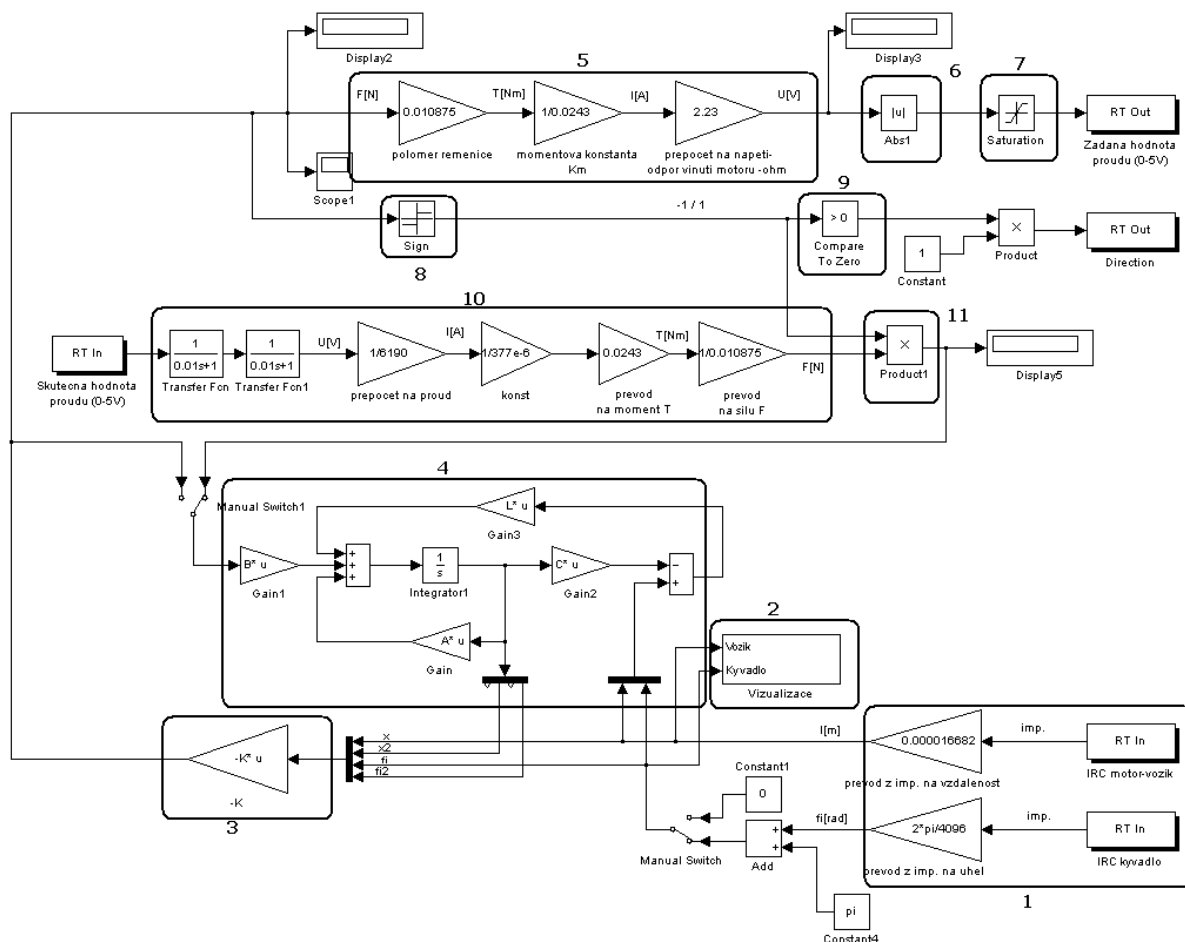
$$T = i \cdot K_M$$

$$T = i \cdot 0,0243$$

A na sílu F

$$T = F \cdot d \rightarrow F = \frac{T}{d} = T \frac{1}{0,010875}$$

kde d je poloměr řemenice. Takto převedená síla je pouze kladného znaménka. Skutečná hodnota směru síly je získána vynásobením síly s hodnotou z bloku *Sign* (11), který je použit pro výstup žádaného směru. Tento signál je přiveden na vstup pozorovatele.



Obr. 32 – Schéma řízení IK v Simulinku

Po spuštění řízení se kyvadlo ve směru hodinových ručiček uvede do svislé polohy. Pro zajištění přesné horní polohy kyvadla je ve schématu doplněn součtový člen s konstantou π , která se přičítá k výchozí hodnotě úhlu kyvadla. Opačným pohybem kyvadla, tedy odečítáním hodnoty (ve směru hod. ručiček), je úhel kyvadla v jeho horní poloze přibližně nulový a odpadají tak problémy s přesným nastavením svislé (nulové) polohy.

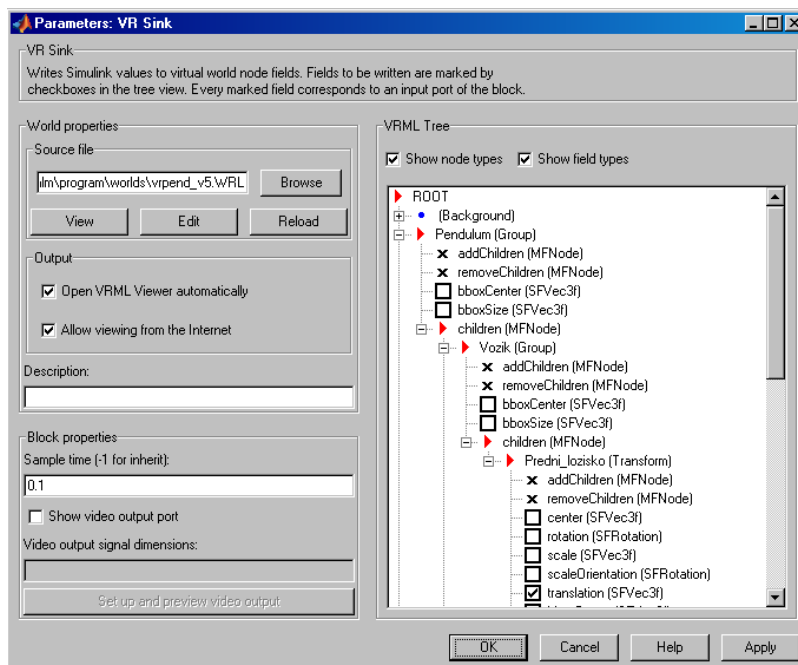
Na vstupu zdroje napětí je zapojen vypínač, který slouží k okamžitému odpojení napájení regulátoru např. při nárazu vozíku do konce pojezdu, což může vzniknout při příliš velké síle rušení. V krajních částech jsou proto umístěny molitanové nárazníky, aby nedocházelo k poškození jak vozíku, tak na uchycení vodičů tyčí. Zapnutím vypínače se přivede napětí na regulátor a vozík začne pohybem regulovat tyč ve svislé poloze.

Po spuštění řízení, vozík mírnými pohyby na jednu a druhou stranu balancuje tyč a při vzniku rušení reaguje dostatečně rychle a přesně. Výkyvy vozíku byly zpočátku poměrně velké. Po vhodnějším nastavení kovariačních matic se chování zlepšilo.

5.2 Vizualizace v prostředí Matlab&Simulink + Virtual Reality Toolbox

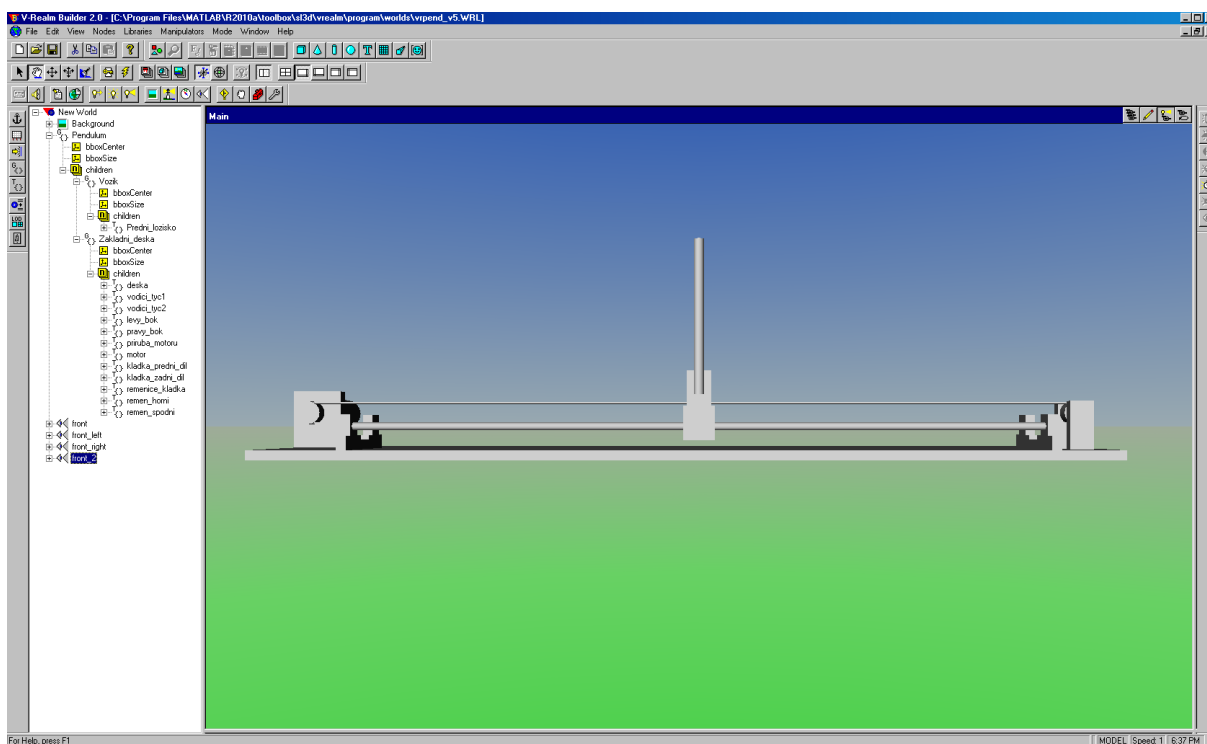
Vizualizace IK je vytvořena v aplikaci V-Realm Builder která je součástí programu Matlab. Jedná se o graficky orientovaný nástroj pro 3D modelování. Umožňuje vzájemnou interakci mezi modelem v Simulinku a virtuálním 3D světem. Lze tak v 3D prostředí realisticky simulovat chování modelu, vytvářet scény a prostředí. Vytvořený virtuální svět je zapsán v jazyce VRML a je možné jej zobrazit i v mnoha jiných programech.

Pro vytvoření komunikace virtuální svět/Simulink se z knihovny Simulinku (Simulink 3D Animation) použije blok VR Sink. Tento blok zapisuje hodnoty z jeho portů do virtuálního světa, jež je specifikováno v dialogovém okně parametrech bloku (obr.33). K položkám, které jsou označené červenou šipkou lze ze Simulinku přistupovat. Položky s checkboxy slouží pro označení konkrétního parametru, který chci v modelu měnit. Pro změnu polohy vozíku se mění parametr *translation* a pro natočení kyvadla parametr *rotation*.



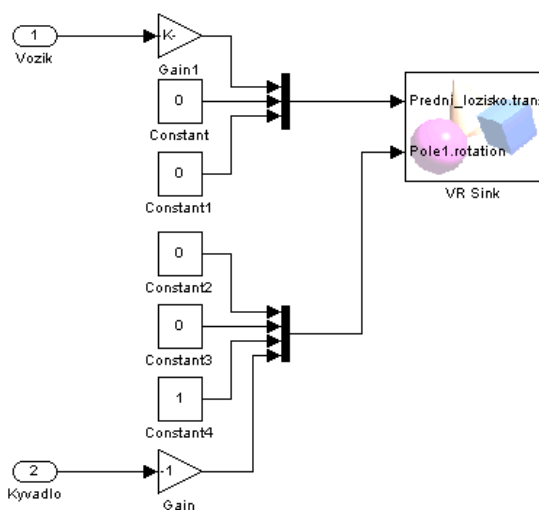
Obr. 33 – Parametry bloku VR Sink

Prostředí programu je přehledné a jeho ovládání intuitivní. V levé části je stromová struktura VRML modelu. Je tvořena tzv. uzly a editují se zde vlastnosti objektů a další specifické parametry. Vkládáním jednotlivých geometrických prvků a editací jejich tvaru, barvy, umístění, natočení, textury apod. jsem postupně sestavil rozměrově a tvarově identický model. Jednotlivé části modelu jsem podle umístění seskupil na části vozík a deska. Toto rozdělení je nezbytné, protože vozík je spolu s jeho objekty pohyblivou částí a všechny tyto objekty se musejí pohybovat současně. Důležitou vlastností je pro možnost propojení se Simulinkem pojmenování každého uzlu. Také bylo nutné vhodným seskupením tyče kyvadla nastavit střed jejího otáčení. Model je možné pro realističtější dojem doplnit libovolným pozadím a také vytvořit pohledy, mezi kterými se dá při spuštění vizualizaci přepínat.



Obr. 34 – Vytvořený model IK v programu V-Realm Builder

Jelikož je jedná o pohyby vždy v jedné ose, je nutné ostatní parametry doplnit nulovou konstantou. Bloky zesílení slouží k převodu jednotek, případně upravuje znaménko signálu.



Obr. 35 – Subsystem vizualizace v Simulinku

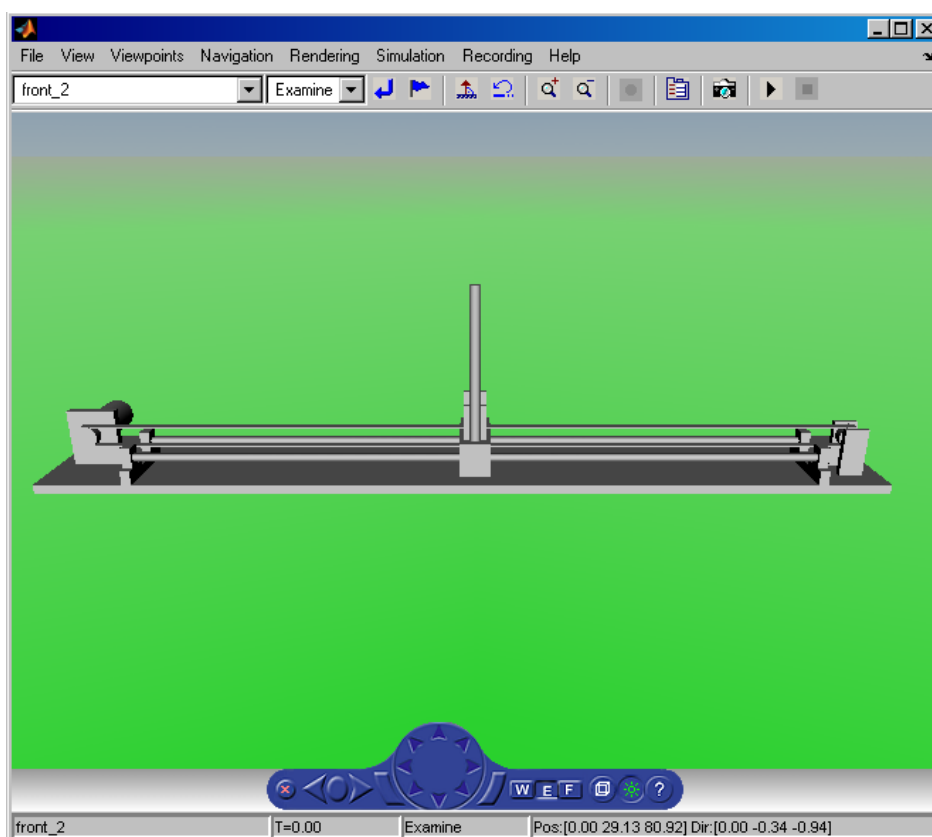
Vizualizaci je potřeba spustit ještě před spuštěním řízení. Výchozí poloha vozíku je ve vizualizaci daná na střed jeho dráhy. Jelikož u reálného modelu není žádný referenční bod a není tedy daná výchozí pozice vozíku, je nutné před spuštěním vizualizace zajistit stejnou pozici vozíku i u reálného modelu. V opačném případě by mohlo dojít k tomu, že bude vozík ve vizualizaci přejíždět hranice dovoleného pojezdu. Odstranit tento nedostatek by bylo možné pouze najížděním referenčního bodu

vozíku reálného modelu. Po spuštění vizualizace lze pohybem vozíku nebo kyvadla ověřit funkční komunikaci Simulink/virtuální model a následně po nastavení kyvadla ve směru hod. ručiček do horní polohy zapnout vypínačem napájení regulátoru kyvadla. Virtuální model kyvadla bude přesně kopírovat chování skutečného modelu.

Na virtuální model lze kromě přednastavených pozorovacích stanovišť nahlížet libovolným způsobem. Slouží k tomu tyto nástroje

- WALK prozkoumávání světa napodobující chůzi
- FLY procházení světa bez gravitace
- EXAMINE slouží k prozkoumávání objektů

Prohlížeč také umožňuje nahrávat simulaci do formátu .avi, nebo vytvořit snímek.



Obr. 36 – Interaktivní prohlížeč virtuálního světa

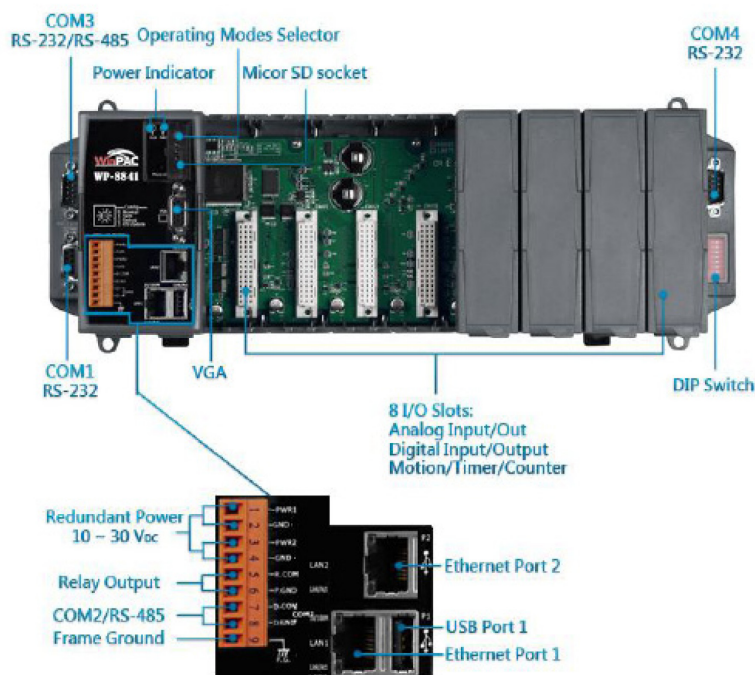
6 Realizace řízení IK prostřednictvím programovatelného automatu typu PAC

6.1 Programovatelný automat WinPAC-8000

WinPAC-8000 je druhou generací PAC firmy ICPDAS. Je vybaven procesorem PXA270 (520MHz), operačním systémem Windows CE.NET 5.0, různými rozhraními (VGA, USB, Ethernet, RS-232/485) a 1/4/8 sloty pro vyšší výkon paralelních I/O modulů (série I-8K) a sériových modulů (série I-87K). [14]

Použitý operační systém má několik výhod, schopnosti hard real time, malá velikost jádra, vysoká rychlost zavádění. Použití OS Windows CE.NET 5.0 v automatu WinPAC-8000 dává možnost provozovat programy určené pro PC jako Visual Basic.NET, Visual C#, Embedded Visual C++, SCADA software, Soft PLC apod. [14]

WinPAC je jednou z mnoha platforem, na které může běžet řídicí systém REX. Celý návrh řídicího schématu, jeho kompilace a zprovoznění na cílové platformě se provádí v programech RexDraw a RexView.[14]



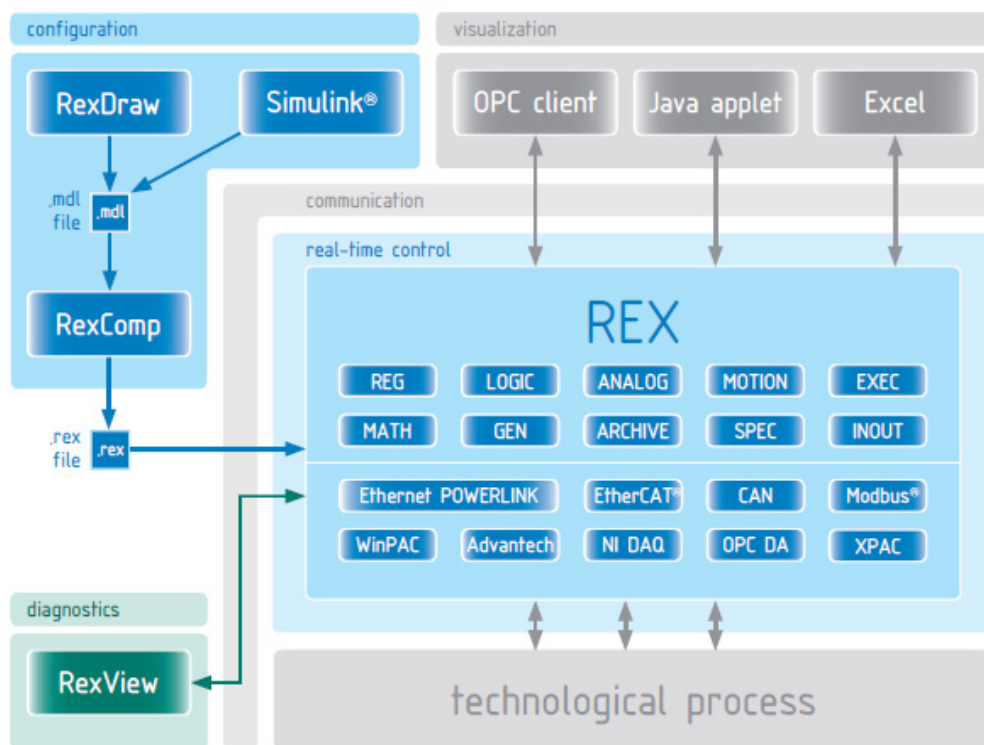
Obr. 37 – Programovatelný automat WinPAC 8000 [14]

6.2 Řídicí systém REX

Řídicí systém REX je vyspělý nástroj pro návrh a realizaci komplexních algoritmů automatického řízení. Knihovny funkčních bloků, z nichž je výsledný algoritmus sestaven, pokrývají nejen všechny běžné oblasti automatizace a regulace, ale nabízejí navíc i řadu prvků pro tvorbu pokročilých

algoritmů řízení. Pro speciální aplikace je dále možné zařadit zcela vlastní funkce využitím volně programovatelného bloku.[13]

V případě, že je k dispozici licence systému Matlab-Simulink, je díky vzájemné kompatibilitě možné využít všechny jeho výhody pro simulaci a otestování řídicích algoritmů před jejich skutečným nasazením.[13]



Obr. 38 – Blokové schéma řídicího systému REX [14]

6.2.1 Nástroj RexDraw

Program RexDraw umožňuje navrhovat funkční schémata řídicího systému REX velmi podobným způsobem, jako se konfiguruje ve vestavěném editoru systému Simulink. Oba programy generují soubory s příponou .mdl, v možnostech konfigurace však existují určité rozdíly. Především editor RexDraw umožňuje vytvářet soubory .mdl složené jen z bloků z rozsáhlé knihovny systému REX. Všechny bloky uvedené knihovny pracují v diskretním čase, i když jejich velká část je diskretizována pro danou periodu vzorkování.[9]

- Grafické programování řídicích algoritmů
- Knihovny funkčních bloků
- Online monitorování signálů

6.2.2 Nástroj RexView

Program RexView umožňuje sledovat, co se děje v jádře řídicího systému REX při jeho běhu, a proto je velmi důležitým nástrojem při uvádění řídicího systému do provozu i v případě vzniku

nějakých problémů již během rutinního provozu. Program poskytuje detailní, hierarchicky uspořádané informace o všech subsystémech jádra. Komunikace pomocí protokolu TCP/IP umožňuje připojit se k běžícímu jádru na lokálním počítači, v lokální síti i ve vzdálené síti (např. přes internet).[9]


- Diagnostika běhu řídicího algoritmu
- Úprava parametrů algoritmu
- Sledování signálů v reálném čase

6.2.3 Nástroj RexComp

Na základě hlavního souboru projektu aplikace ve formátu .mdl generuje program RexComp binární konfigurační *soubor.rex* řídicího systému REX. Při svém spuštění vypisuje překladač informace o překládaných souborech a případně i výskyt chyb překladu. Pokud je detekována závažná chyba, ukončí se překlad konfigurace a nevytvoří se výsledný binární soubor. Překladač je možné spouštět přímo z konfiguračního programu RexDraw v menu Compiler/Compile. [9]

6.2.4 Nástroj RexCore

Na rozdíl od dosud zmíněných komponent běží RexCore (jádro řídicího systému REX) na cílovém zařízení (PC, IPC, WinCon, WinPAC apod.). Jádro je komplexní program provádějící paralelně různé činnosti obvykle v řídicích systémech. Jednotlivé úlohy jsou vykonávány na základě priorit v režimu preemptivního multitaskingu pomocí několika subsystémů jádra. [9]

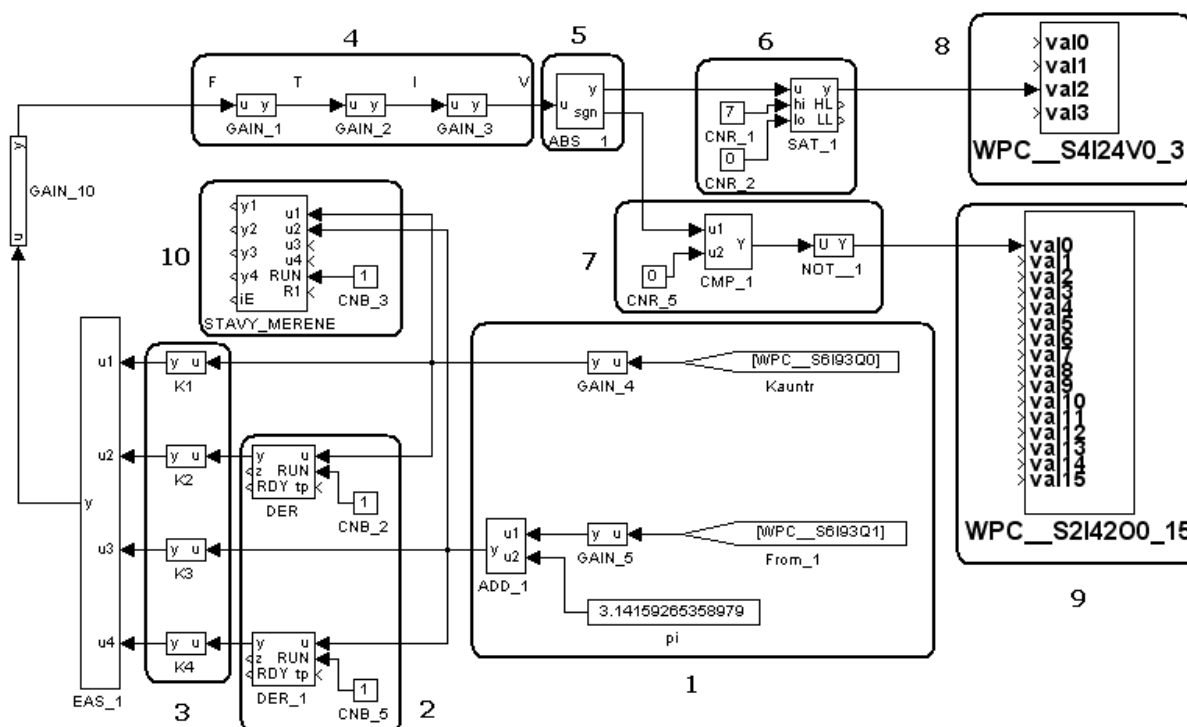
hardware	OS	I/O	vhodné aplikace	ukázka
ALIX	GNU Linux (+ Xenomai)	Ethernet POWERLINK	řídící systém se vzdáleným sběrem dat, 1 kHz	
MOXA	GNU Linux (+ Xenomai)	EtherCAT® nebo Ethernet POWERLINK	komplexní řídicí systém se vzdáleným sběrem dat, 1 kHz	
WinPAC	Windows® CE	Zásuvné moduly	řídící systém s centrálním sběrem dat, 500 Hz	
IPC	PharLap ETS	PCI zásuvné karty	řídící systém pro velmi rychlé procesy, 10 kHz	
Notebook	Windows® XP/7	USB měřicí moduly	mobilní laboratorní měřicí a řídicí systém, 200 Hz	

Obr. 39 – Typické použití řídicího systému REX [10]

6.3 Řízení modelu IK s využitím bloku DER pro výpočet derivací měřených stavů

Na obr. 38 je zobrazeno schéma řízení IK s využitím derivací měřených signálů. Derivací dráhy polohy vozíku je získána jeho rychlost a derivací úhlu natočení kyvadla je získána jeho úhlová rychlost.

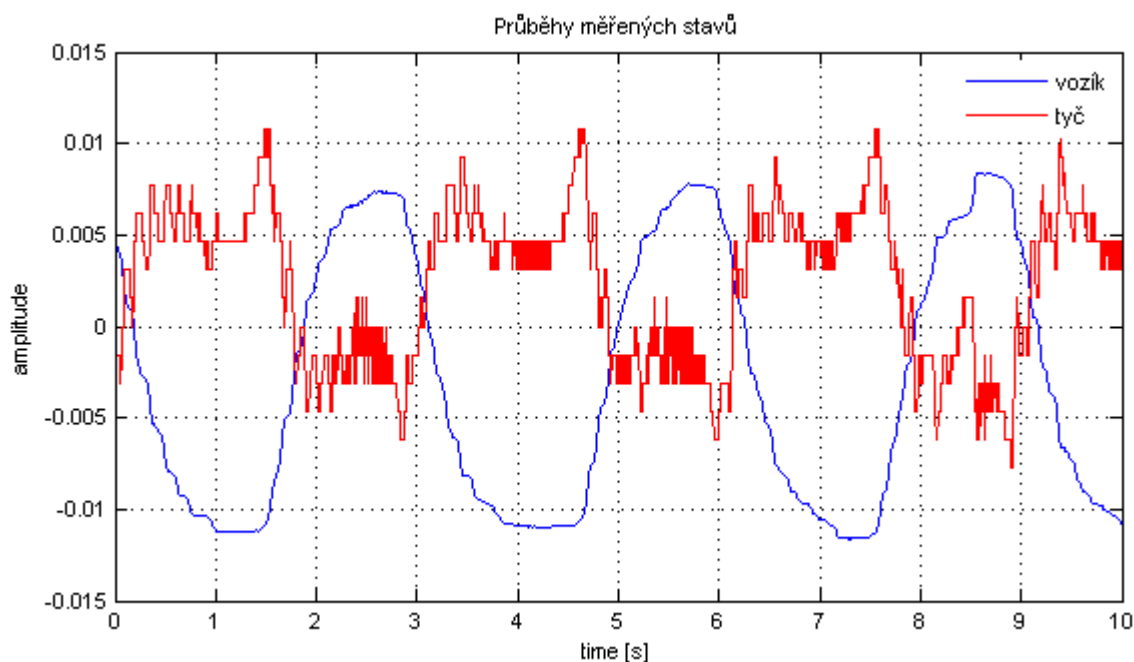
Měřené signály jsou převedeny na požadovanou míru (1), čítač impulsů snímače vozíku na metry a impulsy ze snímače polohy tyče na radiány. Tyto signály jsou spolu s jejich derivacemi přivedeny na bloky *Gain* (3), které jsou nastaveny podle již vypočteného zpětnovazebního zesílení z předchozího návrhu LQR regulátoru. Derivace (2) obou signálů zajišťují bloky *DER*. Tento blok vytváří interpolaci po nastavených počtech vzorků. Jako nejvhodnější počet byla po několika pokusech zvolena hodnota 10 vzorků. Akční zásah je postupně převeden ze síly F na hodnotu žádaného proudu (4) a dále pak na blok absolutní hodnoty *ABS* (5). Výstupem je absolutní hodnota vstupního signálu spolu s výstupem *sgn*, který obsahuje znaménko vstupního signálu a slouží k řízení směru pohybu vozíku. Absolutní hodnota žádaného proudu je přivedena na blok saturace *SAT* (6) s omezením horního limitu na $7V$ a dále na analogový výstup (8). Znaménko výstupního signálu je zapojeno na komparátor (7). Pokud je hodnota větší než nula, tzn. kladné znaménko, je na digitálním výstupu $5V$ (9), v opačném případě $0V$.



Obr. 40 – Schéma řízení IK s využitím derivací měřených signálů

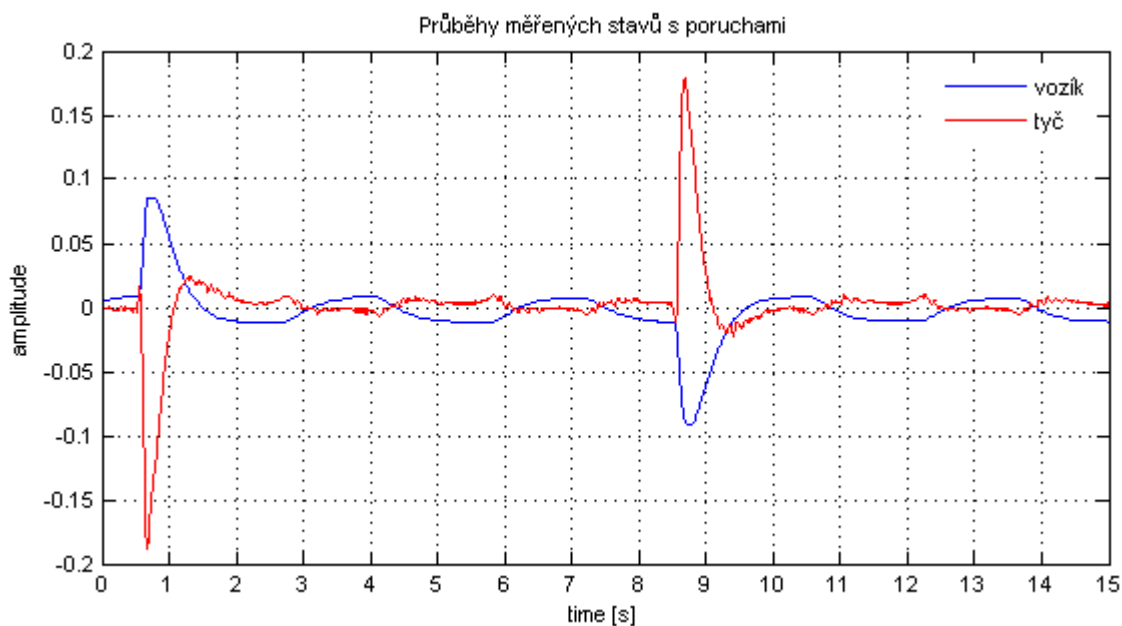
Měřené signály jsou také přivedeny do bloku *TRND*. Tento blok zpracovává až 4 vstupní signály ($u1$ až $u4$) a umožňuje vytvářet trendy i velmi rychlých signálů. Počet vstupních signálů je dán

parametrem n . Na obrázku 39 je zobrazen průběh měřených signálů v čase 0 až 10s. Je zde vidět kolísání vozíku v rozsahu přibližně $\pm 1\text{cm}$ s výchylkou tyče $\pm 0,01$ radiánů.



Obr. 41 – Průběhy měřených stavů

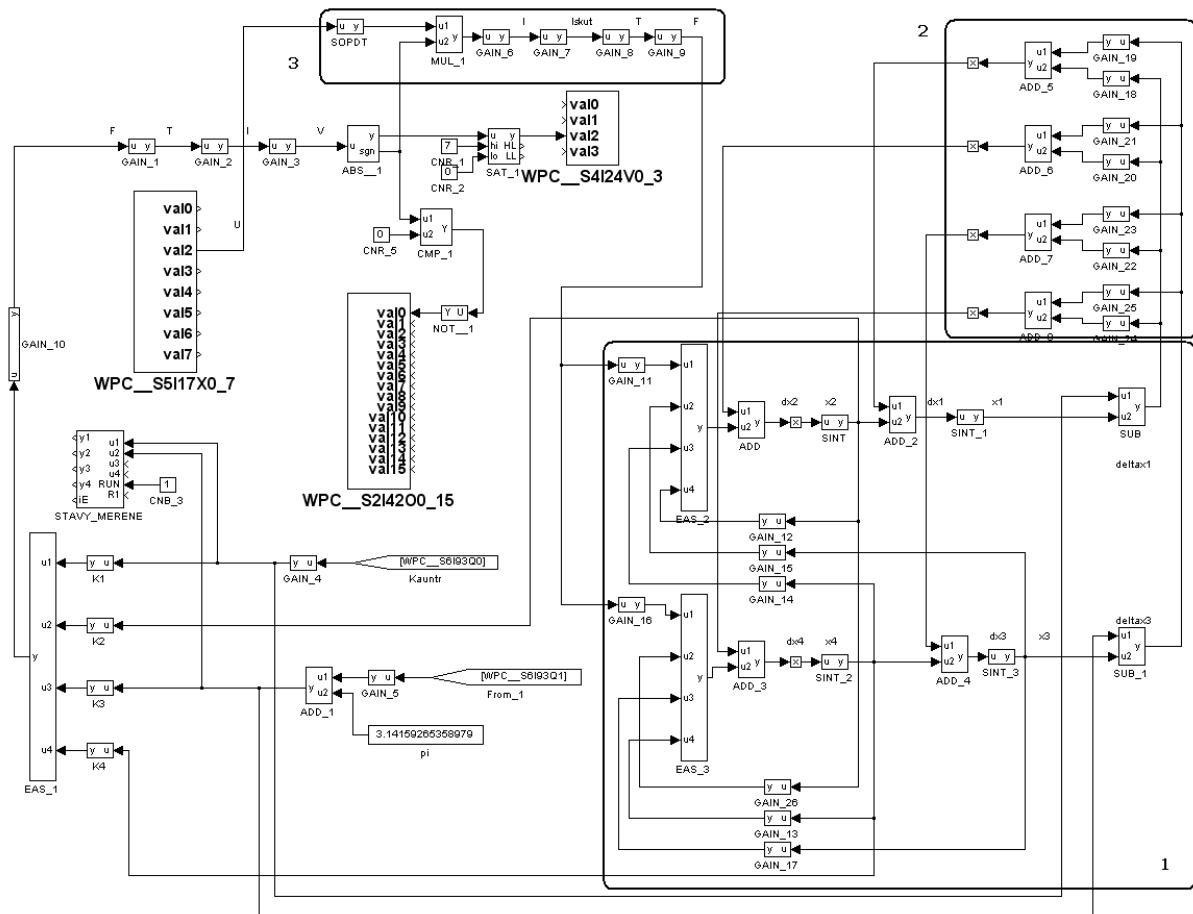
Na obrázku č.40 jsou zobrazené poruchy vzniklé mechanickým zásahem do tyče. V čase 0,5s je po způsobené výchylce tyče o cca 0,2 *rad* vidět reakce vozíku a jeho posun o cca 1 *cm*. Podobná reakce, ale opačného charakteru je zřejmá i v čase 8,5s. Po těchto poruchových stavech je systém opět ustálen okolo nulových hodnot a následuje klidový kmitavý průběh.



Obr. 42 – Průběhy měřených stavů s poruchami

6.4 Řízení modelu IK s pozorovatelem – Kalmanův filtr

Další možností je místo derivací měřených stavů použít pozorovatele. Na obrázku 41 je zobrazeno schéma s odhadcem neměřených stavů. Hodnoty převodů snímačů, převodů síly F na žádanou hodnotu proudu a LQR zesílení jsou shodné s předchozím návrhem řízení. Zde je stejně jako u řízení z Matlabu místo derivací použit jako pozorovatel Kalmanův filtr (1,2) a také je zde využita zpětná vazba skutečného proudu procházejícího motorem (3). Popis jednotlivých bloků je již uveden v kapitole 5.



Obr. 43 – Schéma řízení IK s odhadcem stavů

V programu RexDraw nelze tak jako v Simulinku zakreslit vnitřní popis formou stavových matic a proto je navržené schéma sestaveno z odvozených diferenciálních rovnic (2.32-2.35) matematického modelu IK.

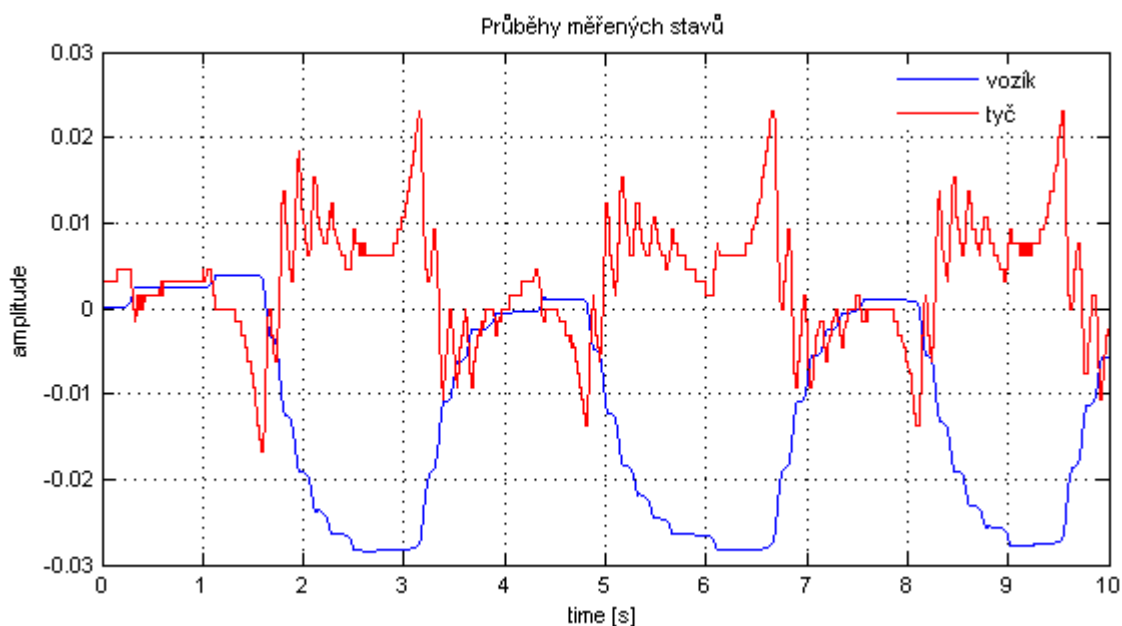
$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (6.1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{uJ - b_1\dot{x} + b_2m\dot{\varphi} - m^2gl^2\varphi}{J(M+m) - m^2l^2} \quad (6.2)$$

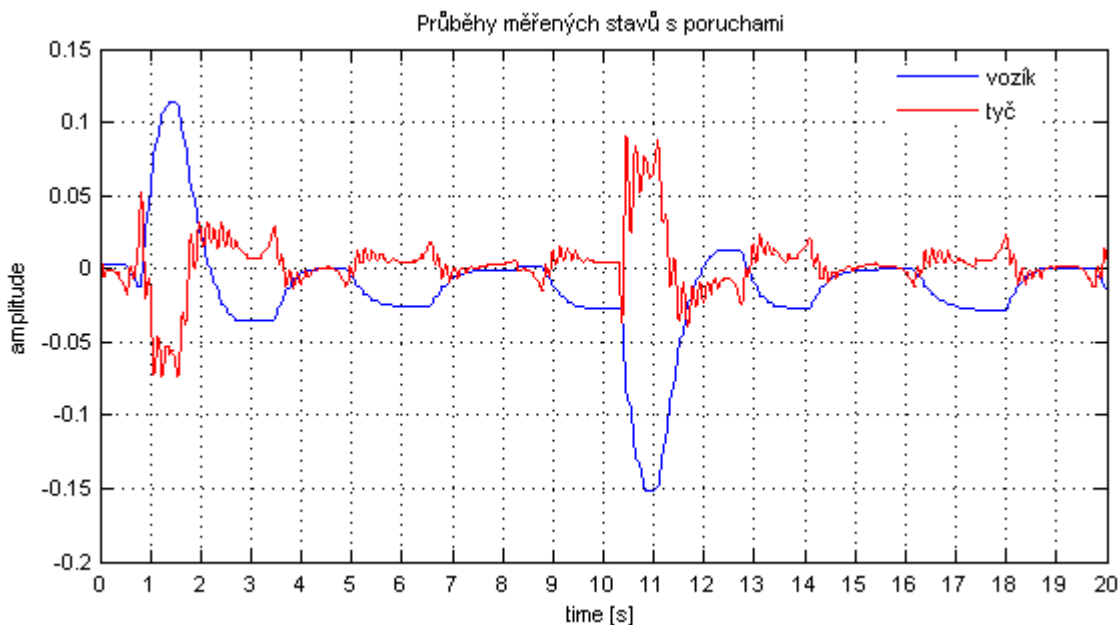
$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (6.3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{mglx_3(M+m) - mlu - b_2x_4(M+m) + mb_1x_2}{J(M+m) - m^2l^2} \quad (6.4)$$

Nejprve jsou vzhledem ke 4 stavům zakresleny 4 integrátory a následně jsou podle jednotlivých rovnic doplňovány a propojovány bloky zesílení a sumátorů. Do bloků zesílení jsou dle rovnic doplněny vypočtené hodnoty. Na vstup pozorovatele je přivedena zpětná vazba skutečné hodnoty síly F a na výstupu jsou odečteny hodnoty odhadnuté a naměřené dráhy vozíku a úhlu kyvadla. Rozdíl těchto hodnot se přivádí na blok matice L . Hodnoty zesílení jsou zadány z již vypočtených hodnot. Odtud jsou tyto signály přivedeny na jednotlivé derivace stavů.

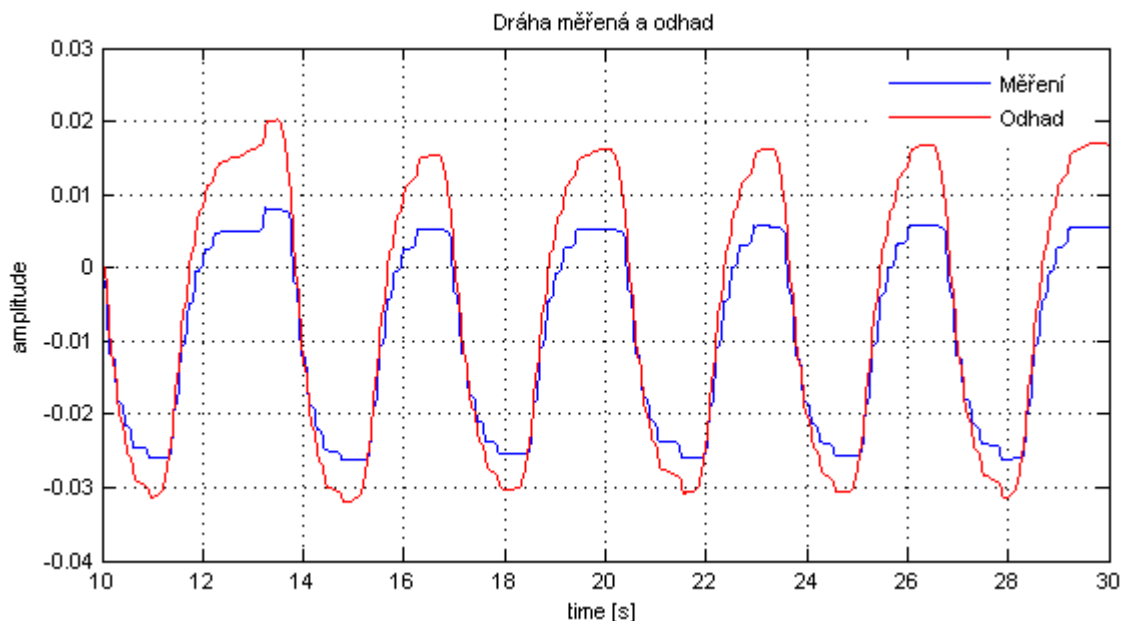


Obr. 44 – Průběhy měřených stavů



Obr. 45 – Průběhy měřených stavů s poruchami

Na obrázku 46 je porovnání měřené dráhy vozíku s odhadem dráhy.

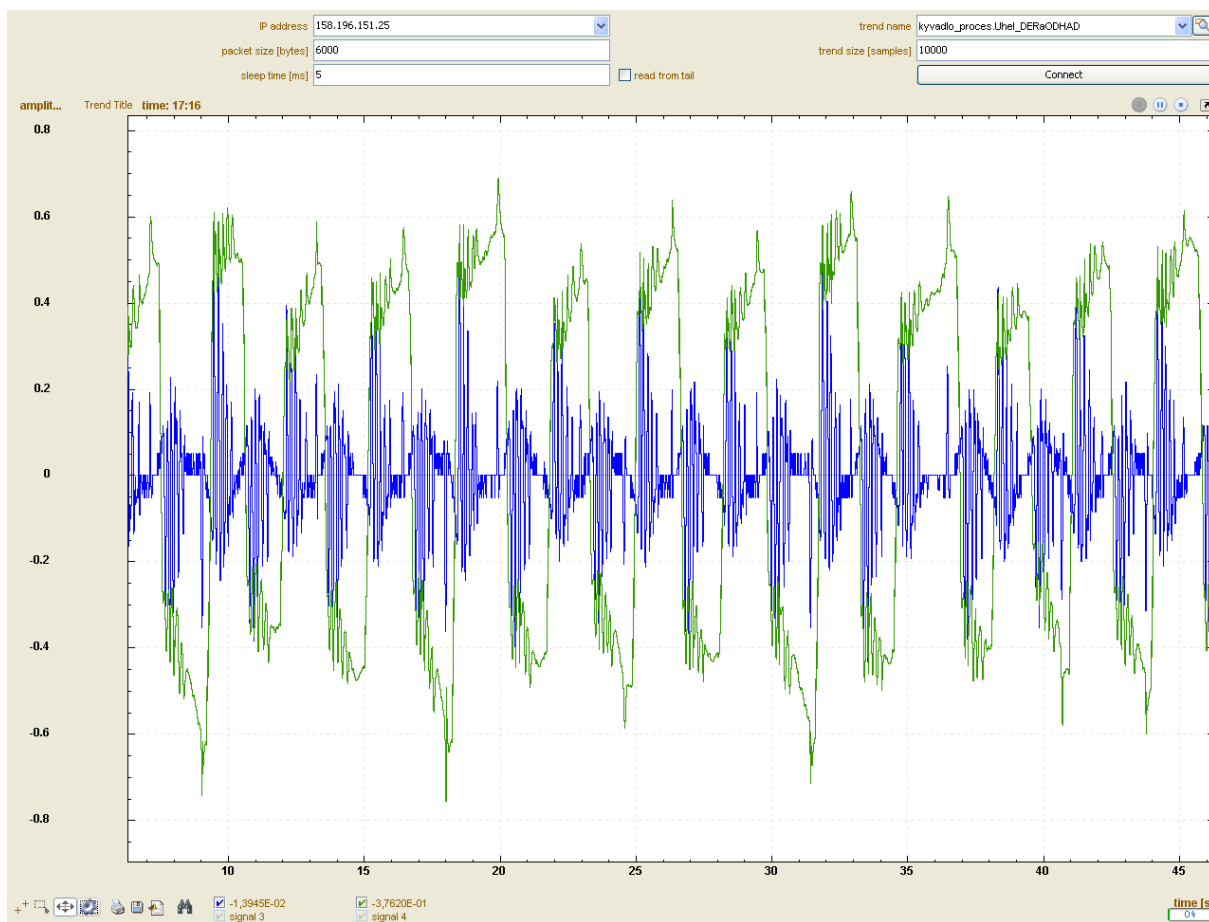


Obr. 46 – Průběhy měřené a odhadnuté dráhy vozíku

6.5 Vizualizace v prostředí RexView/RexTrend

Grafické zobrazení aktuálních hodnot trendů lze v řídicím systému Rex zobrazit buď přímo v RexView nebo pomocí aplikace RexTrend. Všechny zobrazené průběhy byly získány v programu RexTrend, který je volně stažitelný z internetových stránek firmy REX Controls a nabízí oproti RexView větší možnosti. Umožňuje např. export naměřených dat do m-file a vytvořený kód spustit přímo v Matlabu. Po spuštění tohoto kódu Matlab vygeneruje příslušný graf s naměřenými průběhy a je tak možné provádět další editaci grafu.

Po spuštění se zobrazí okno, v jehož horní části je nutné nastavit IP adresu programovatelného automatu a z nabídky *trend name* (vyhledáním) zvolit jaký trend chci zobrazit. Trendy jsou ze schématu získávány pomocí bloku *TREND* a pojmenovány. Po stisknutí tlačítka *Connect* je navázáno spojení s programovatelným automatem a RexTrend zobrazuje aktuální hodnoty. Lze také nastavit automatické nebo ruční (pevné) omezení hodnot os.



Obr. 47 – Trendy v programu RexTrend

7 Závěr

Cílem této diplomové práce bylo zkonstruovat model inverzního kyvadla a následně navrhnout vhodný regulátor. Kromě realizace regulátoru v prostředí programu Matlab&Simulink je řídicí algoritmus implementován také v programovatelném automatu typu PAC. Ke každému řízení je vytvořena vizualizace úlohy.

Nejprve jsem na základě mnou navrženého 3D modelu zkonstruoval fyzikální model IK. Konstrukce modelu byla poměrně náročná na kvalitu a přesnost jednotlivých mechanických dílů, především na kvalitu ložisek vozíku a také ložisek kyvadla. Pro plynulý pohyb vozíku bylo nutné zajistit přesnou souměrnost vodičích tyčí a také zajistit hladký pohyb kyvadla s minimálním třením. Požadavkem také byla stabilita celé konstrukce. Kromě mechanických částí bylo potřeba navrhnout a realizovat hardware řízení modelu jako je snímání polohy vozíku, úhlu tyče a také regulátor momentu motoru.

Aby bylo možné navrhnout zpětnovazební stavový regulátor, bylo zapotřebí vytvořit matematický model IK. Tento popis byl odvozen pomocí Langrangeových rovnic 2. druhu a ze získaných diferenciálních rovnic byl vytvořen vnitřní stavový popis modelu. Následně jsem na základě parametrů již hotového fyzikálního modelu IK provedl jeho analýzu a návrh regulátoru.

Jako nejvhodnější jsem zvolil LQR regulátor, který byl zvolen proto, že u tohoto modelu se udržují všechny stavy (polohy i rychlosti) okolo hodnoty 0, což je přesně původní definice LQR problému. Jeho návrh spočíval v nalezení optimálních hodnot váhových matic Q a R . LQR regulátor ovšem vyžaduje, aby byly všechny stavy systému obsaženy ve zpětné vazbě. Vzhledem k tomu, že jsou přímo odměřovány pouze dva stavy, bylo potřeba pro neměřené stavy použít pozorovatele – Kalmanův filtr.

Pro řízení fyzikálního modelu IK jsem v Simulinku na základě předchozí simulace navrhl schéma LQR regulátoru s Kalmanovým filtrem jako pozorovatelem. Model je s počítačem propojen přes měřicí kartu MF624. Navržený regulátor pracuje dostatečně přesně a rychle a je schopen udržovat tyč v horní svislé poloze i přes působení vnějších poruch. Schéma je doplněno o vizualizaci 3D modelu IK, které věrně kopíruje fyzikální model.

Řídicí algoritmus byl také prostřednictvím řídicího systému REX implementován v programovatelném automatu WinPAC-8000. Kromě použití Kalmanova filtru bylo u programovatelného automatu také realizováno schéma s derivacemi měřených stavů, které pracuje stejně spolehlivě jako schéma s pozorovatelem. Na průbězích měřených stavů je možné porovnat chování regulátoru IK s pozorovatelem a při použití derivací. Oproti řízení s derivacemi zde dochází k mírně větším pohybům vozíku v klidovém stavu bez působení vnějších poruch. Obě navržená řízení jsou však stabilní, s rychlým akčním zásahem a jsou schopna spolehlivě regulovat tyč v horní poloze. Vizualizace modelu je zde řešena pomocí programu RexTrend, který zobrazuje aktuální hodnoty polohy vozíku i kyvadla. Pro sledování trendů je také možné použít program RexView.

Tato práce mi umožnila lépe pochopit problematiku návrhu lineárně kvadratického řízení a také si uvědomit problémy související s návrhem a realizací fyzikálního modelu oproti návrhu v simulaci. Bylo nutné nastudovat různou odbornou literaturu, katalogové listy apod. a získal jsem nové zkušenosti z oblasti regulačních systémů. Tento model byl vytvořen pro výukové účely studentů.

V budoucnu je např. možné doplnit stávající schéma o algoritmus, který umožní vyšvihnutí kyvadla do horní polohy (tzv. swing-up problem) bez nutnosti manuálního nastavování.

Použitá literatura

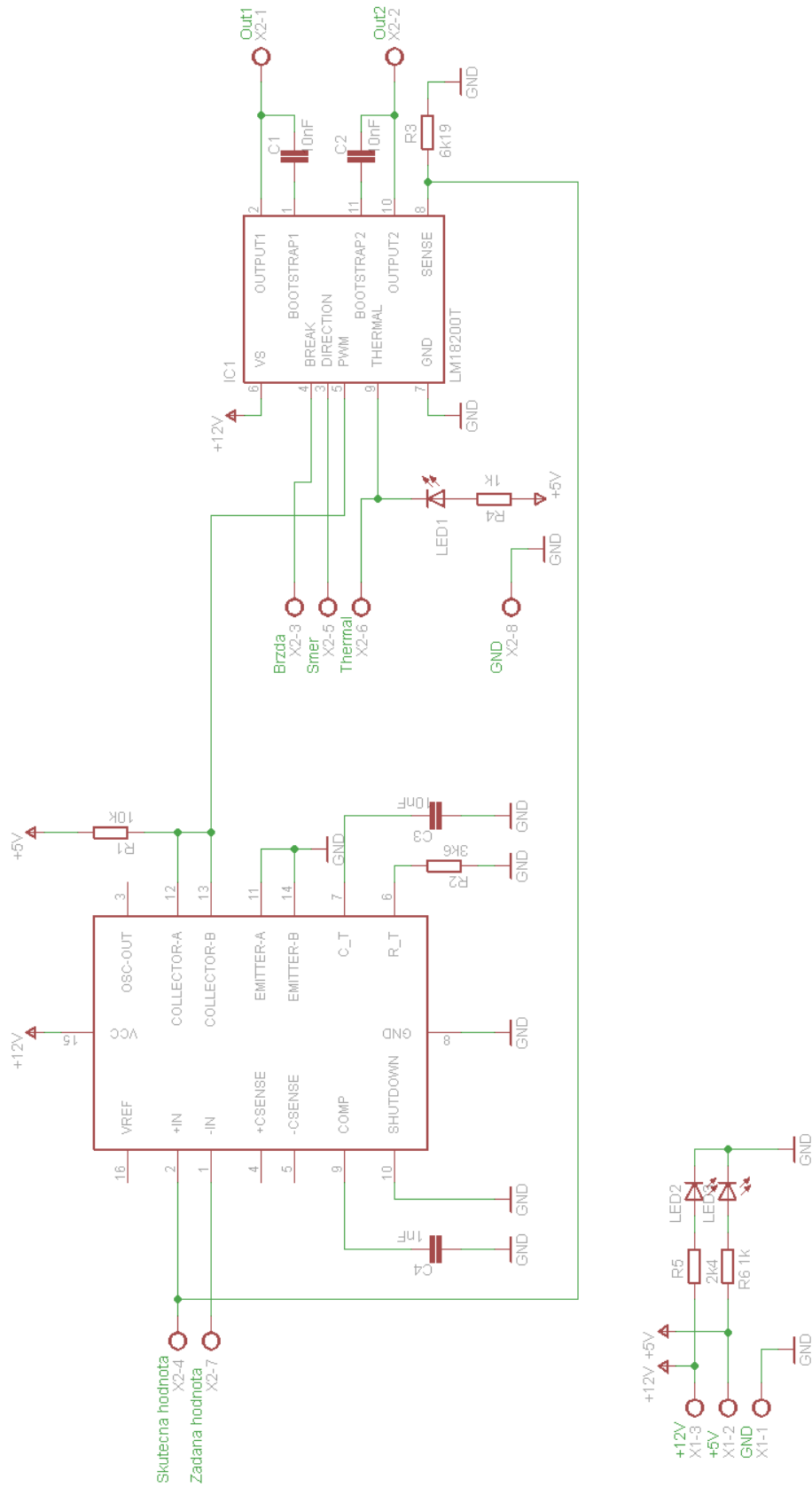
- [1] OŽANA, Štěpán. *Syntéza regulačních obvodů: učební text*. Ostrava: Vysoká škola báňská, plánované vydání 2012.
- [2] NOSKIEVIČ, P. *Modelování a identifikace systému*. 1. vyd. Ostrava: MONTANEX, a.s., 1999. 276 s. ISBN 80-7225-030-2
- [3] *Malé stejnosměrné motory Maxon* [online]. Uzimex Praha, spol. s r.o., 2002 [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <http://www.uzimex.cz/soubory/20070103_maxon_serial.pdf>
- [4] HAVLE, Otto. *Zásuvné desky do PC pro automatizaci a řízení – přehled trhu* [online]. 2006 [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.automatizace.cz/article.php?a=1456>>
- [5] *MF624* [online]. Humusoft [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.humusoft.cz/produkty/datacq/mf624/>>
- [6] *HEDM 5500/5600: Datasheet* [online]. Agilent Technologies, 2002 [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.datasheetcatalog.org/datasheet2/f/0c8tz8xulo0dz7k0f6wdyh8kdkcy.pdf>>
- [7] *LM3524: Datasheet* [online]. National Semiconductor, 1999 [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.ieeta.pt/~alex/docs/DataSheets/LM3524.pdf>>
- [8] *LMD18200: Datasheet* [online]. National Semiconductor, 2011 [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lmd18200.pdf>>
- [9] OŽANA, Štěpán. *Navrhování a realizace regulátorů: učební text* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská, 2012. Dostupné z: <<http://www.person.vsb.cz/archivcd/FEI/NRR/index.htm>>
- [10] SROVNAL, Vilém. *Kybernetika: učební text*. Ostrava: Vysoká škola báňská, 2008.
- [11] *Mathworks.com* [online]. 2012 [cit. 2012-04-24]. Matlab. Dostupné z: <<http://www.mathworks.com/help/>>
- [12] *Maxon A-Max* [online]. Uzimex Praha, spol. s r.o. [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <<http://www.uzimex.cz/Sortiment/Elektricke-pohony/maxon-motor-ag/Motory-DC/Rada-A-max.html>>
- [13] *Řídicí systém REX pro pokročilé řízení strojů a procesů* [online]. Rex Controls [cit. 2012-04-24]. Dostupné z: <http://www.rexcontrols.cz/media/documents/promotion/Rex_prospekt.pdf>
- [14] HSU, Sean. *WinPAC-8000 User Manual: Standard series solution* [online]. 2011. vyd. [cit. 2012-04-25]. Dostupné z: <http://ftp.icpdas.com/pub/cd/winpac/napdos/wp8x4x_ce50/document/winpac_8x4x_user_manual_v2.0.5.pdf>

Seznam příloh

I.	Seznam součástí regulátoru	1
II.	Schéma zapojení regulátoru	2
III.	DPS regulátoru – strana spojů	3
IV.	DPS regulátoru – strana součástek	4
V.	Fotografie modelu inverzního kyvadla	5
VI.	Výpis kódu z Matlabu pro návrh regulátoru	6
VII.	CD-ROM disk	7

I. Seznam součástek regulátoru

Označení	Hodnota
R1	10 k Ω
R2	3,6 k Ω
R3	6,19 k Ω
R4, R6	1 k Ω
R5	2,4 k Ω
C1, C2, C3	10 nF
C4	1 nF
IC1	LM18200
IC2	LM3524
X1	Svorkovnice AK500/3
X2	Svorkovnice AK500/8
LED1	LED dioda červená, 3mm, 5mA
LED2, LED3	LED dioda zelená, 3mm, 5mA



Příloha II.

TITLE: Schema zapojení regulátoru

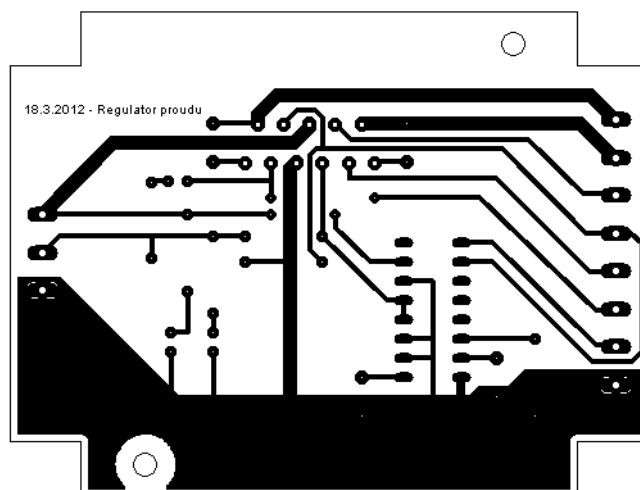
Document Number:

REV:

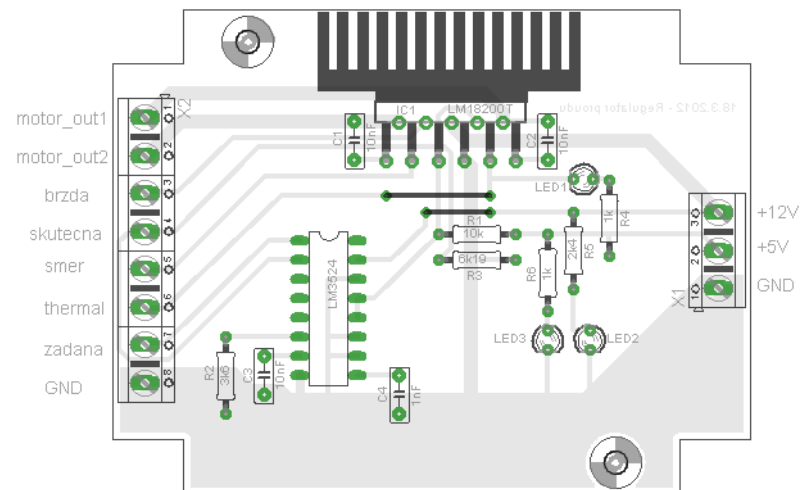
Date: 7.4.2012 10:24:26

Sheet: 1/1

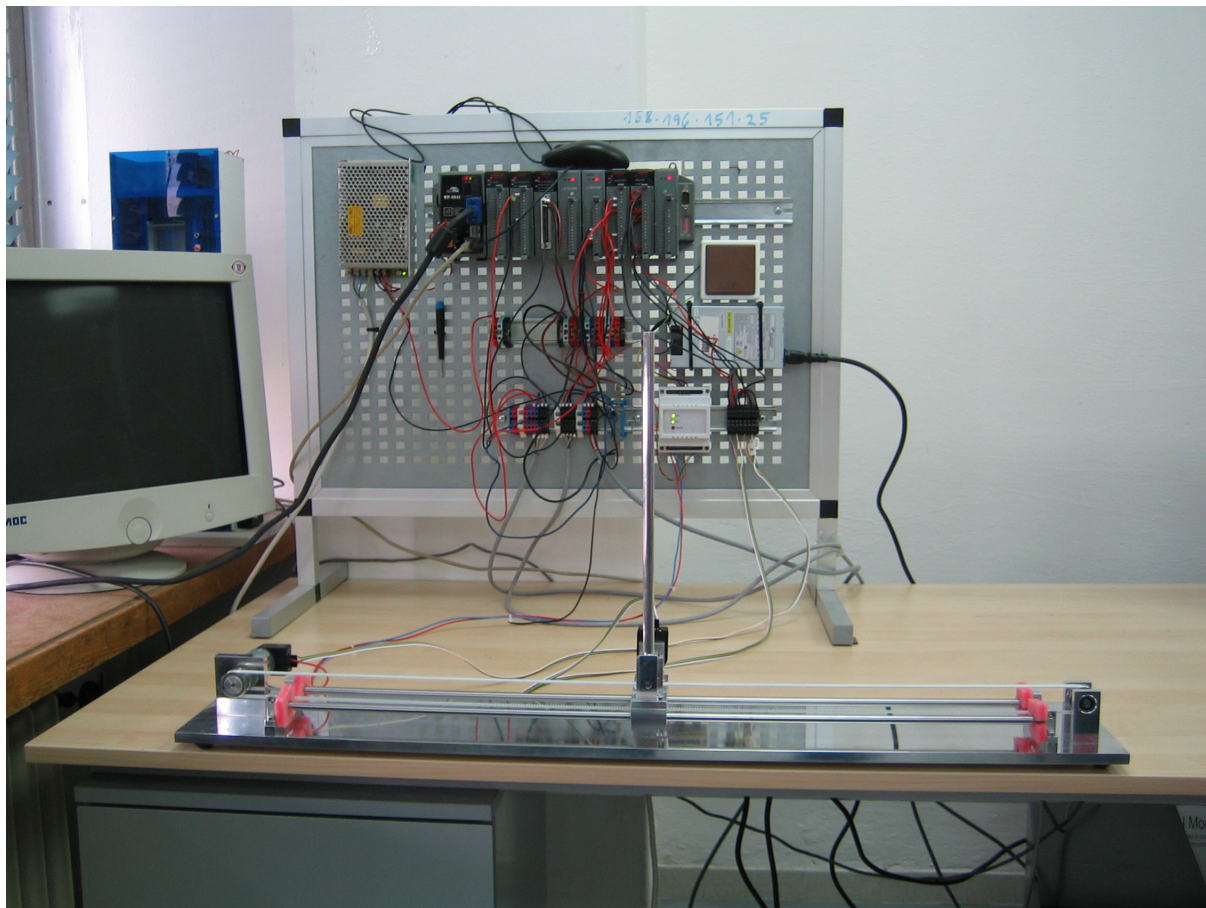
III. DPS regulátoru – strana spojů



IV. DPS regulátoru – strana součástek



V. Fotografie modelu inverzního kyvadla



VI. Výpis kódu z Matlabu pro návrh regulátoru

```
clear all; close all; clc;

%perioda cele ulohy
Ts = 0.005;

% Parametry IK
M = 0.248;      % hmotnost voziku
m = 0.078;      % hmotnost kyvadla
L = 0.3;        % celkova delka kyvadla
l = L/2;        % delka kyvadla po teziste
J = 1/3*m*L^2;  % moment setrvacnosti kyvadla
g = 9.81;       % tihove zrychleni
b1 = 3.01;      % treni voziku
b2 = 0.001;     % treni kyvadla

% stavovy popis kyvadla
jmen = J*(M+m)-m^2*l^2;

A=[0 1 0 0;0 -J*b1/jmen -m^2*l^2*g/jmen b2*m*l/jmen;0 0 0 1;0 m*l*b1/jmen
m*g*l*(M+m)/jmen -b2*(M+m)/jmen];
B=[0; J/jmen; 0; -m*l/jmen];
C=[1 0 0 0;0 0 1 0];
D=[0;0];

%%% LQR %%%
R = 1;
Q=[10000 0 0 0;
  0 0 0 0;
  0 0 5000 0;
  0 0 0 0];

[K,S,E]=lqr(A,B,Q,R);      % LQR zesileni

%% LQG - pozorovatel %%%
RN=[0.0005 0;0 0.0005];   % autokovariace w
QN=[1 0; 0 1];            % autokovariace v
NN=0;                     % vzajemna kovariace w a v

G=[0; 0;0;0];             % prenos sumu do soustavy
H=[0;0];                  % zavislost sumu v a w

SYS=ss(A,[B G],C,[D H])    %rozsireni vstupu a vystupu
[Kalmf,L,P]=kalman(SYS,QN,RN); % Kalmanuv filtr
```

VII. CD-ROM disk

Přílohou této diplomové práce je CD-ROM disk obsahující:

- diplomovou práci ve formátu PDF - *Vypracovani.pdf*
- adresář Matlab – m-file, schéma pro simulaci a pro řízení fyzikálního modelu
- adresář REX – soubory schémat řídicích algoritmů
- adresář EAGLE – schéma a DPS regulátoru
- navržený model v programu SketchUp *IK.skp*
- video funkčního IK *Kyvadlo_20_4_2012.avi*
- katalogové listy